

## ЕКІ ЖАЗЫҚТЫҚТЫҢ ҚИЫЛЫСУ ТҮЗУІН ПРОЕКЦИЯЛЫҚ СЫЗБАДА САЛУДЫ ОҚИТУ ӘДІСТЕМЕСІ

Әбілқасымова А.Е.<sup>1</sup>, Тұяқов Е.А.<sup>2</sup>, \*Есетов Е.Н.<sup>3</sup>, Кенжебек Х.Т.<sup>4</sup>

<sup>1</sup>ҚР ҰҒА академигі, РБА академигі, п.ғ.д., профессор, Абай атындағы

ҚазҰПУ, Алматы, Қазақстан

e-mail: [aabylkassymova@mail.ru](mailto:aabylkassymova@mail.ru)

<sup>2</sup>п.ғ.к., доцент, Абай атындағы ҚазҰПУ, Алматы, Қазақстан

e-mail: [t.esen.a@mail.ru](mailto:t.esen.a@mail.ru)

\*<sup>3</sup>докторант, Абай атындағы ҚазҰПУ, Алматы, Қазақстан

e-mail: [elzhan\\_9311@mail.ru](mailto:elzhan_9311@mail.ru)

<sup>4</sup>докторант, Абай атындағы ҚазҰПУ, Алматы, Қазақстан

e-mail: [khabiba.kenzhebek@mail.ru](mailto:khabiba.kenzhebek@mail.ru)

**Аңдатпа.** Мектеп оқушыларына геометрияны оқыту барысында түзу мен жазықтықтың қиылысу нүктесін және екі жазықтықтың қиылысу түзуін салуды үйрету үшін көптеген салу әдістерін игеруі қажет. Мақалада осы мәселе туралы айтылып, оны шешу үшін жалпы білім беретін мектептердің геометриядан оқу бағдарламасы мен оқулықтарындағы есептер мен олардың түрлері, есептерді шығару жолдарын анықтау, талдау, шешу әдістемелері мен кездесетін қателіктермен жұмыс істеу, стереометрия курсындағы жазық және кеңістіктік фигураларды кескіндеуді елестетуге арналған графиктер мен салыстырмалы суреттер, салу әдістерінің нәтижелілігін айқындайтын зерттеу жұмыстары қарастырылған.

Зерттеу жұмысының мақсаты – жоғары сыныпта геометрия курсына оқытуда оқушылардың проекциялық сызбада түзу мен жазықтықтың қиылысу нүктесін және екі жазықтықтың қиылысу түзуін салу әдістерін оқытуды оңтайландыру және есептерді шешуге әдістемелік ұсынымдар жасау, тақырыптың маңыздылығы мен мәнін ұғындыру.

Зерттеу әдістері - зерттеу мәселесі бойынша отандық және шетелдік әдебиеттерді, сондай-ақ жалпы білім беретін мектептің геометриядан оқулықтар мен оқу құралдарын зерделеу және теориялық талдау, педагогикалық іс-тәжірибелерді талдау және жалпылау.

Авторлар мақалада мектеп оқушыларына проекциялық сызбада түзу мен жазықтықтың қиылысу нүктесін және екі жазықтықтың қиылысу түзуін салу үшін алгоритмдік қадамдарды және оларды нақты есептермен көрсетіп, әдістемелік нұсқаулар ұсынады. Ұсынылған әдістеменің тиімділігін анықтау үшін Алматы қаласының №208 мектеп-гимназиясында және 125 HIGH SCHOOL мектептер желісінің ТОО “Academ Education” мектептерінде педагогикалық эксперимент жүргізілген. Нәтижелер жоғары сыныптарда проекциялық сызбада түзу мен жазықтықтың қиылысу нүктесін және екі жазықтықтың қиылысу түзуін салуды оқыту бойынша әдістеменің тиімділігін көрсетіп отыр.

**Тірек сөздер:** геометрия, салу есебі, сызба, проекция, түзу, жазықтық, кеңістік, екі жазықтықтың қиылысуы, салу әдістері

### Кіріспе және негізгі ережелер

Жалпы орта білім беретін мектепте геометрияны оқытудың негізгі міндеттерінің бірі – оқушылардың кеңістіктік түсініктерін және ойлау

қабілетін дамыту. Оқушылардың көпшілігіне кеңістіктегі объектіні дұрыс елестету оңайға соқпайды. Сондықтан жоғары сыныптың геометрия курсына оқушылардың кеңістіктегі фигураларды кескіндеу (мысалы, қағаз парағында немесе тақтада) дағдыларын қалыптастыруды қажет етеді. Оқушы фигураларды салу үшін оны кеңістікте елестете және көре білу тиіс.

Геометриялық фигуралардың қасиеттерін тұжырымдауда және олардың ішкі бірлігі мен ерекшелігін ашып түсіндіруде оқушылардың математикалық терминдерді дұрыс пайдаланып, сөйлеу мәдениетін қалыптастыруда, өзінің ойын сауатты жеткізуге машықтандыруда, тарихи мағлұматтарды зерделеп, ұғымның тарихи қалыптасуына шолу жасауда, геометриялық фигуралардың қоршаған әлемдегі пішінін танып білуде қоғамдық-гуманитарлық пәндермен байланыс жасауы маңызды [1].

Мектеп геометрия курсына есептер есептеуге, дәлелдеуге, салуға және зерттеуге арналған болып қарастырылады. Геометриядан салу есептерін шешу арқылы оқушылар әртүрлі геометриялық фигуралар туралы түсініктерін, оларды түрлендіру мүмкіндіктерін қалыптастырады. Мұндай есептердің қойылымы мен әдістері геометриялық фигураны елестетуге, сол фигураның элементтермен ойша жұмыс жасай алуға т.б. мүмкіндіктерін әрі қарай дамытады. Себебі, геометриялық фигуралар қоршаған әлемдегі көптеген нақты модельдерді бейнелейді. Олардың көмегімен геометрияны оқытуда көзбен бақылауға, салыстыруға, болжауға, эксперимент жасауға зор мүмкіндіктер бар. Салу есептерін шешу процесінде мұғалім оқушылардың алгоритмдік мәдениетінің элементтерін тиімді қалыптастыра алады. Салу есептері, тіпті олардың ең қарапайым есебінің өзі негізгі геометриялық фигура туралы теориялық мәліметтерді терең тануға мүмкіндік береді. Осы есептерді шешу процесінде оқушы оқу материалының моделін елестетіп, осы модельмен жұмыс жасайды [2].

Кеңістіктік фигураларды, яғни көпжақтарды, жазық фигураның жазықтыққа ортогональ проекциясын салу 10 сыныпта және 11 сыныпта іздер мен проекциялау әдістері арқылы көпжақтардың жазықтықпен қималары мен айналу денелерін салумен жалғасын табады. Оқушылардың кеңістіктік фигураларды сала білуі стереометрияның барлық бөлімін оқуда әсер етеді, сондай-ақ, кеңістіктік ойлауының дамуына зор үлесін қосады.

Геометриялық кескіндерді бейнелей алмауының негізгі себептерінің бірі – оқушылардың кеңістіктік фигураларды елестете алмауы болып табылады және геометрия сабағындағы оқушылардың өз бетінше кеңістіктегі фигураларды салудағы уақыт тапшылығы. Мектеп түлектерінің оқу жетістіктерін анықтайтын – ұлттық бірыңғай тестілеудегі нәтижелерін талдайтын болсақ, оқушылардың стереометриялық есептерді шешу, жазықтық және кеңістік фигураларын елестету және салуда төмен деңгейде екенін көрсетеді. Сондықтан оқушылардың жазықтық және кеңістіктік ойлауын қалыптастыру мен дамытуда мұғалімнің шеберлігі мен әдістемесін жетілдіру үшін әдістемелік нұсқаулар жасау керек болады.

## Материалдар және әдістер

Геометрияның өзіндік ерекшелігі – елестету мен қатаң логиканың тығыз байланыста болуы. Көрнекі сурет, нақты тұжырымдама және қорытынды геометрияда біртұтас байланысқан. Геометрияны игерту көрнекі көрсету, елестету мен логиканы байланыстыру, нақты суреттер кескінін теориялық тұрғыдан қарау (тұжырымдамалар және дәлелдемелермен байланыстыру) арқылы жүргізіледі [3].

Геометриялық салуларды оқытқанда ең алдымен қиындықтарды жеңу үшін құралдардың (сызғыш, сызбалық үшбұрыш, циркуль) және қолдан сызылған суреттер көмегімен қарапайым және негізгі салуларды орындаудан бастап, күрделі салуларды орындауға машықтау қажет.

Планиметрияда салу есептерді шешу барысында үш негізгі әдіс қолданылады: 1) нүктелердің геометриялық орны әдісі немесе қиылысулар әдісі; 2) геометриялық түрлендірулер әдісі (параллель көшіру, осьтік симметрия, центрлік симметрия, гомотетия, бұру); 3) алгебралық әдіс [4].

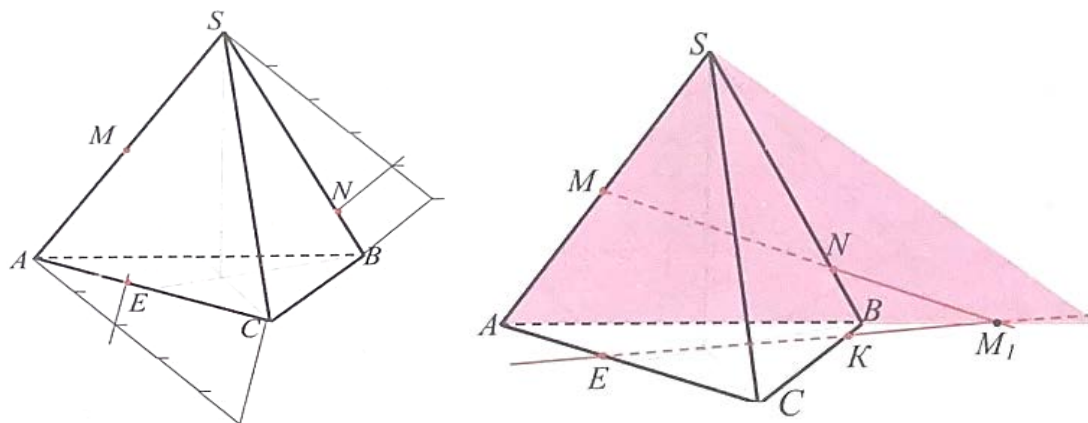
В.А.Далингер оқу-әдістемелік құралында қосымша ретінде түзету әдісі, ұқсастық әдісі, кері қайтару әдісі, инверсия әдісін қарастырады [5].

Жоғары сыныптарда кеңістіктегі түзулер мен жазықтықтардың параллельдігін оқытуда оқушылар параллель проекциялау және оның қасиеттерін біледі және соның негізінде проекциялық сызбадағы есептерді шешуге, көпжақтардың қималарын, жазық фигураның жазықтыққа ортогональ проекциясын салуға және сызуға тырысады.

Кеңістіктегі салу есептерін шешуге қажетті негізгі аксиомалар, теоремалар және анықтамаларды пайдаланып, проекциялық сызбада есептерді шығаруды қарастырайық.

*1-есеп.*  $SABC$  дұрыс үшбұрышты пирамидаға  $ABC$  табан жазықтығына  $MN$  түзуінің параллель проекциясын салу керек, мұндағы  $M$  нүктесі –  $AS$  кесіндісінің ортасы,  $N$  нүктесі  $SB$  кесіндісінің 4:1 қатынасында бөледі және  $MA$  түзуінің проекциясы  $AE:EC=2:3$  болатындай  $AC$  қырын  $E$  нүктесінде қияды (1-сурет) [6].  $ABC$  жазықтығына берілген  $M$  және  $N$  нүктелерінің проекцияларын салуға бола ма?

*Әдістемелік нұсқау.*  $ABC$  жазықтығы мен  $MN$  түзуінің өзара орналасуы туралы не айтуға болады?



1-сурет

$MN \cap ABC = M_1$ .  $MN$  және  $AB$  түзулері  $BSA$  жазықтығына тиісті және параллель болмағандықтан,  $MN \cap AB = M_1$  (2-сурет).

$M_1$  нүктесі қандай нүктеге проекцияланады?  $M_1$  нүктесі  $ABC$  проекциясының жазықтығына тиісті болғандықтан, өзі өзіне проекцияланады.  $ABC$  жазықтығына  $MN$  проекциясын қалай жүргізуге болады?  $M_1E$  түзуін саламыз және  $M_1E \cap BC = K$  (2-сурет).

Бұл есепте проекцияның бағыты маңызды ма?

Проекциялау бағыты бұл есепте маңызды емес, өйткені  $ABC$  проекциясының жазықтығында  $MN$  берілген түзуінің проекциясы болып табылатын  $M_1E$  түзуі бар. Бірақ берілген  $M$  және  $N$  нүктелерінің проекциясын салуға болмайды, өйткені проекциялау бағыты берілмеген және сәйкес нүктелері болмағандықтан, оны салу мүмкін емес (сәйкес нүктелер жоқ).

Егер сызбада қиылысатын немесе параллель екі түзу болса, онда олар бір жазықтықты береді.

Проекциялық сызбада *екі түзудің қиылысуын* салу үшін олардың бір жазықтыққа, яғни олардың екі нүктесі бір жазықтыққа тиісті екеніне көзімізді жеткізіп, одан кейін олардың ортақ нүктесін салу керек. Сызбада *екі жазықтықтың* қиылысу түзуін салу үшін, осы жазықтыққа тиісті екі нүктені тауып, сол нүктелер арқылы түзу жүргізу керек және тиістілік аксиомалар бойынша бұл түзу екі жазықтыққа да тиісті [7].

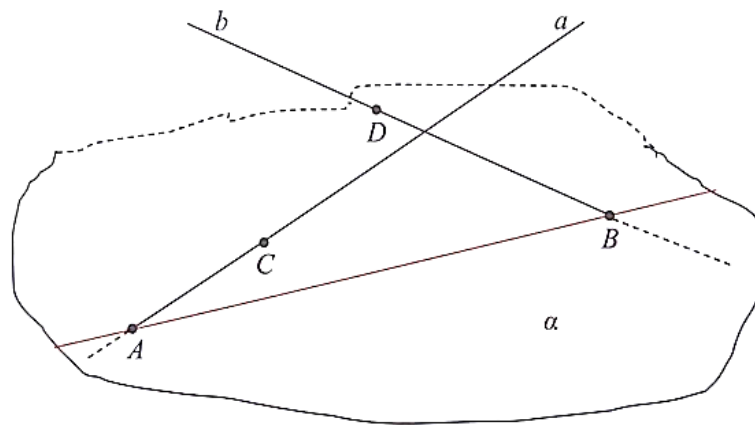
Егер  $\alpha$  жазықтығына параллель  $\beta$  жазықтығы  $a$  түзуі арқылы өтіп және  $\alpha$  жазықтығымен ортақ  $A$  нүктесі болса, онда  $\alpha$  және  $\beta$  жазықтықтарының ортақ  $A$  нүктесі арқылы өтетін және  $a$  түзуіне параллель  $b$  ортақ түзуі болады.

Сызбада *түзу мен жазықтықтың* қиылысуын (түзудің жазықтықтағы ізін) салу үшін: 1) берілген түзуді қамтитын және берілген жазықтықты қиятын қандай да бір жазықтықты салу; 2) берілген жазықтық пен салынған жазықтықтың қиылысу түзуін салу; 3) берілген түзудің жазықтықтардың қиылысу сызығымен қиылысуын салу (егер берілген түзу жазықтықтардың қиылысу сызығына параллель болса, онда түзу мен жазықтықтың ортақ нүктесі болмайды, олар параллель болады қажет).

Сызбада берілген нүкте арқылы өтетін *берілген жазықтыққа параллель түзуді* салу үшін, берілген жазықтықты қандай да бір түзу бойымен қиятын берілген нүкте арқылы өтетін жазықтықты салып, осы жазықтықта түзулердің қиылысу сызығына параллель болатын берілген түзуді салу керек.

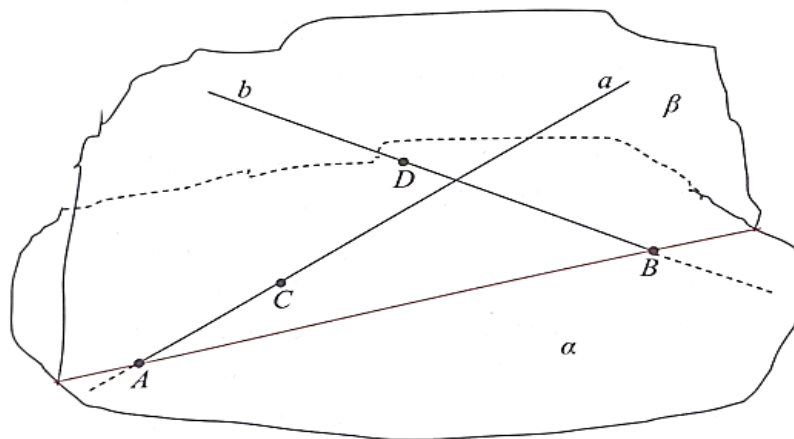
*2-есеп.* Қиылысатын  $a$  және  $b$  түзулері  $\alpha$  жазықтығын сәйкесінше  $A$  және  $B$  нүктелерінде қиып өтеді.  $C$  және  $D$  нүктелері  $a$  және  $b$  түзулеріне тиісті.  $CD$  түзуі мен  $\alpha$  жазықтығының қиылысуы болатын  $M$  нүктесін салыңдар (3-сурет).

*Әдістемелік нұсқау.* Бұл есепті шығару үшін келесі сұрақтарға жауап беру керек: 1) Есепте неше жазықтық берілген? 2) Бұл жазықтықтар туралы сендер не білесіңдер, олардың ортақ нүктелері бар ма? 3)  $CD$  түзуі мен жазықтықтардың өзара орналасуы туралы не айтуға болады? 4) Берілген  $M$  нүктесін қалай салуға болады?



3-сурет

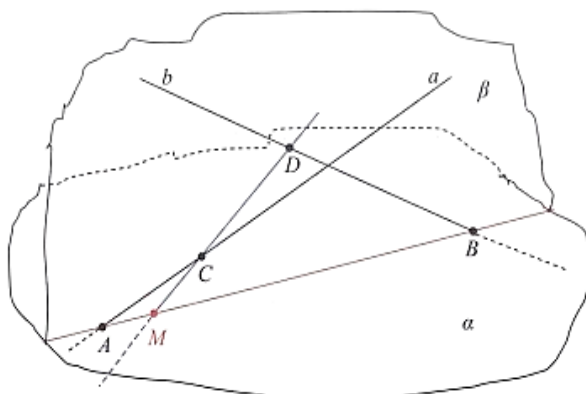
Қиылысатын екі түзу берілген, олар  $\beta$  жазықтығын береді (4-сурет).



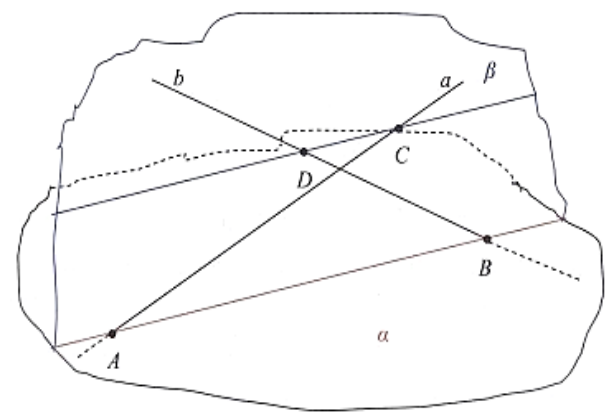
4-сурет

$\alpha$  және  $\beta$  жазықтықтарының екі ортақ  $A$  және  $B$  нүктелері бар, ендеше олардың қиылысу түзуі болатын ортақ  $AB$  түзуі бар. Тағы да қандай да бір нүктелер берілген және олар туралы не айтуға болады?

$C \in a$ ,  $D \in b$  және  $a$  мен  $b$  түзулері  $\beta$  жазықтығына тиісті болғандықтан,  $C$  және  $D$  нүктелері де осы жазықтыққа тиісті болады. Екі нүкте арқылы  $\beta$  жазықтығына тиісті бір ғана  $CD$  түзуі өтеді.



5-сурет

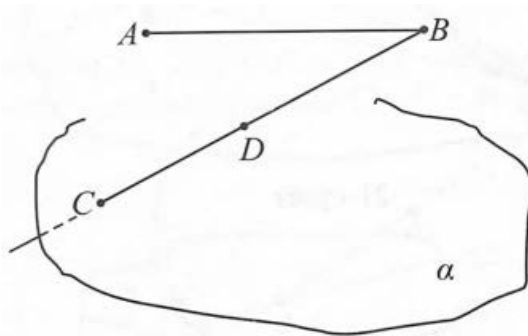


6-сурет

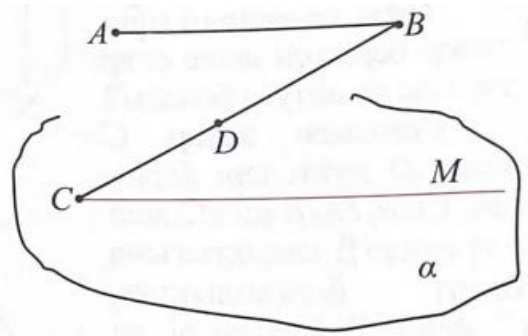
$AB$  және  $CD$  түзулері туралы не айтуға болады? Бұл түзулер  $\beta$  жазықтығына тиісті. Демек, олар  $M$  нүктесінде қиылысады (5-сурет) немесе параллель болады (6-сурет).  $M$  нүктесі қандай түзулерге және қандай жазықтықтарға тиісті?  $M$  нүктесі  $CD$  және  $AB$  түзулеріне, сәйкесінше  $\beta$  және  $\alpha$  жазықтықтарына тиісті. Ендеше  $M$  нүктесі берілген нүкте болады (5-сурет) немесе  $CD$  түзуі  $\alpha$  жазықтығымен қиылыспайды (6-сурет).

*3-есеп.*  $\alpha$  жазықтығына параллель  $AB$  кесіндісі берілген.  $B$  нүктесі арқылы  $\alpha$  жазықтығын  $C$  нүктесінде қиятын түзу жүргізілген (7-сурет).  $A$  нүктесі мен  $BC$  кесіндісіне тиісті  $D$  нүктесі арқылы  $\alpha$  жазықтығын  $E$  нүктесінде қиятын түзу жүргізілген.  $E$  нүктесін салындар.

*Әдістемелік нұсқау.* Есепте берілген түзулердің өзара орналасуы туралы не айтуға болады? Аксиомалар мен салдарлардың негізінде олардың өзара орналасуы туралы қандай қорытынды жасауға болады? Есепте қандай жазықтықтар берілген? Осы жазықтықтардың өзара орналасуы туралы не айтуға болады?  $AB$  түзуі мен жазықтықтардың қиылысуы сызығының өзара орналасуы туралы қандай қорытынды жасауға болады (неге?)? Ал жазықтықтардың қиылысу сызығы мен  $AD$  түзуінің өзара орналасуы туралы қандай қорытынды жасауға болады?  $E$  нүктесін қалай салуға болады?



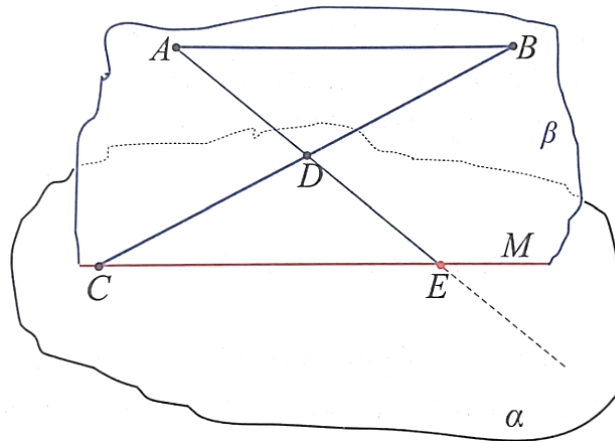
7-сурет



8-сурет

Есепте  $B$  нүктесінде қиылысатын  $AB$  және  $BC$  түзулері берілген. Осы түзулер арқылы  $\alpha$  жазықтығымен ортақ  $C$  нүктесі болатын (шарты бойынша)  $ABC$  жазықтығы өтеді. Ендеше, бұл жазықтықтардың осы нүкте арқылы өтетін ортақ түзуі болады (8-сурет). Есептің шарты бойынша  $AB \parallel \alpha$ . Демек,  $ABC$  және  $\alpha$  жазықтықтарының қиылысу түзуі  $AB$  түзуіне параллель  $CM \parallel AB$  болатын  $CM$  түзуін саламыз (9-сурет).

$CM$  –  $ABC$  және  $\alpha$  жазықтықтарының қиылысу сызығы. Онда ол екі жазықтыққа да тиісті.  $AD$  түзуінің  $ABC$  жазықтығымен екі ортақ нүктесі бар, олай болса, осы жазықтыққа тиісті  $AD$  түзуі параллель түзулердің бірін қиып өткендіктен, ол екіншісін де қиып өтеді, яғни,  $AD$  және  $CM$  түзулері  $E$  нүктесінде қиылысады.  $E$  қиылысу нүктесі 9-суретте көрсетілген.

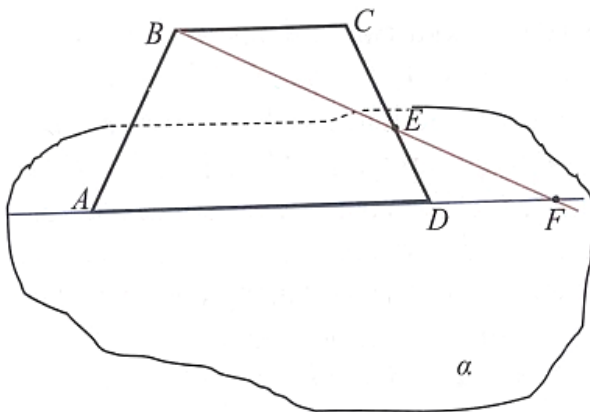


9-сурет

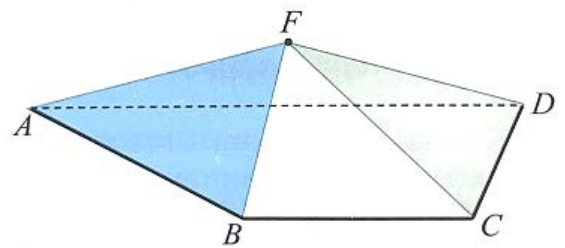
4-есеп.  $ABCD$  трапециясының  $AD$  үлкен табаны трапеция жазықтығымен беттеспейтін  $\alpha$  жазықтығында жатыр.  $E$  нүктесі  $CD$  қабырғасына тиісті.  $BE$  түзуі мен  $\alpha$  жазықтығының қиылысу нүктесі болатын  $F$  нүктесін салыңдар.

Әдістемелік нұсқау. Қандай фигура трапеция деп аталады? Оның төрт төбесі туралы қандай қорытынды жасауға болады? Қандай жазықтықтар қарастырылған? Олардың өзара орналасуы туралы не айтуға болады?  $BE$  түзуі қай жазықтықта жатыр? Берілген нүктені қалай салуға болады?

Трапеция – бұл жазықтықтың бір бөлігі, яғни оның барлық төбелері  $\alpha$  жазықтығымен  $AD$  түзуі бойымен қиылысатын бір жазықтықта жатыр.  $BE$  түзуі трапеция жазықтығында жатқандықтан және  $AD$  түзуін  $F$  нүктесі  $\alpha$  жазықтығына тиісті және  $BE \cap \alpha = F$  (10-сурет).



10-сурет

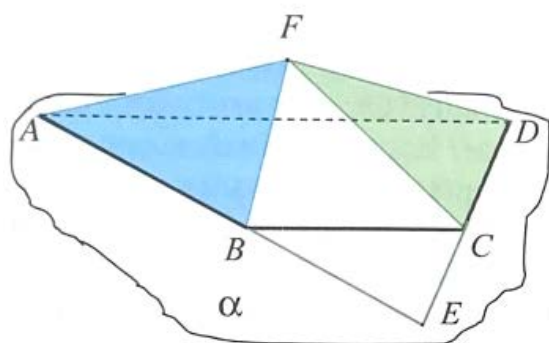


11-сурет

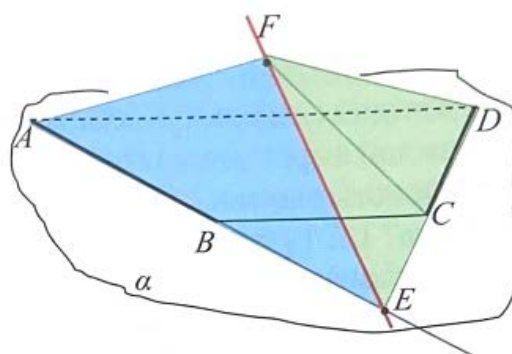
5-есеп. 11-суретте  $ABCD$  трапециясы және трапецияның жазықтығына тиісті емес  $F$  нүктесі берілген.  $ABF$  және  $CDF$  жазықтықтарының қиылысуы сызығын салыңдар.

Әдістемелік нұсқау. Трапеция деп қандай фигураны айтамыз? Суретте  $F$  нүктесі арқылы қандай түзулер өтеді? Суретте тағы қандай түзулер бар? Олар өзара қалай орналасқан?  $F$  нүктесі жататын жазықтықтар туралы не айтуға болады?

Трапецияның екі қабырғасы параллель болғандықтан, трапецияның барлық нүктелері  $\alpha$  жазықтығында жатыр. Осы жазықтыққа тиісті  $AB$  және  $CD$  түзулері  $E$  нүктесінде қиылысады (12-сурет).  $ABF$  және  $CDF$  жазықтықтарының ортақ  $F$  нүктесі бар және  $F$  нүктесі арқылы өтетін ортақ түзулері бар.  $F$  нүктесі арқылы  $AF, BF, CF, DF$  түзулері өтеді. Берілген  $ABF$  және  $CDF$  жазықтықтарында сәйкес  $AB$  және  $CD$  түзулері жатыр. Демек,  $E$  нүктесі берілген екі жазықтыққа да тиісті. Онда  $ABF$  және  $CDF$  жазықтықтары  $EF$  түзуі бойымен қиылысады (13-сурет).



12-сурет



13-сурет

### Нәтижелер

Біз жұмысымызда ұсынылған әдістемемізді жоғары сыныптарда геометрияны оқыту процесіне енгізіп, оның тиімділігін, яғни, параллель проекциялау және оның қасиеттерін оқыту және соның негізінде проекциялық сызда түзу мен жазықтықтың қиылысу нүктесін және екі жазықтықтың қиылысу түзуін салуды меңгеру деңгейін анықтадық.

Педагогикалық эксперимент жұмысы 2023-2024 оқу жылында Алматы қаласының №208 мектеп гимназиясындағы 10 «А» сыныбында, 125 HIGH SCHOOL мектептер желісінің ТОО “Academ Education” мектебіндегі 10 «Б» сыныбында өткізілді.

Мониторингті жүргізудің құралы ретінде 2023 жылдың қыркүйегі мен 2024 жылдың ақпан айларында жиынтық бағалау жұмыстары өткізілді.

Жиынтық бағалау жұмысында проекциялық сызда түзу мен жазықтықтың қиылысу нүктесін және екі жазықтықтың қиылысу түзуін салуға арналған 4 есеп ұсынылды. Деңгейді бақылау мақсатында бақылау тобы мен эксперименттік топтың бастапқы нәтижелері берілді (1-кесте).

Кесте 1 - Эксперименттің басындағы нәтижелері

Тапсырмалар	10 «А» бақылау сыныбы		10 «Б» эксперименттік сыныбы	
	Дұрыс (%)	Дұрыс емес (%)	Дұрыс (%)	Дұрыс емес (%)
1	50	50	48	52
2	51	49	50	50
3	48	52	46	54
4	49	51	47	53
Орта мәні	49,5	50,5	47,7	52,2

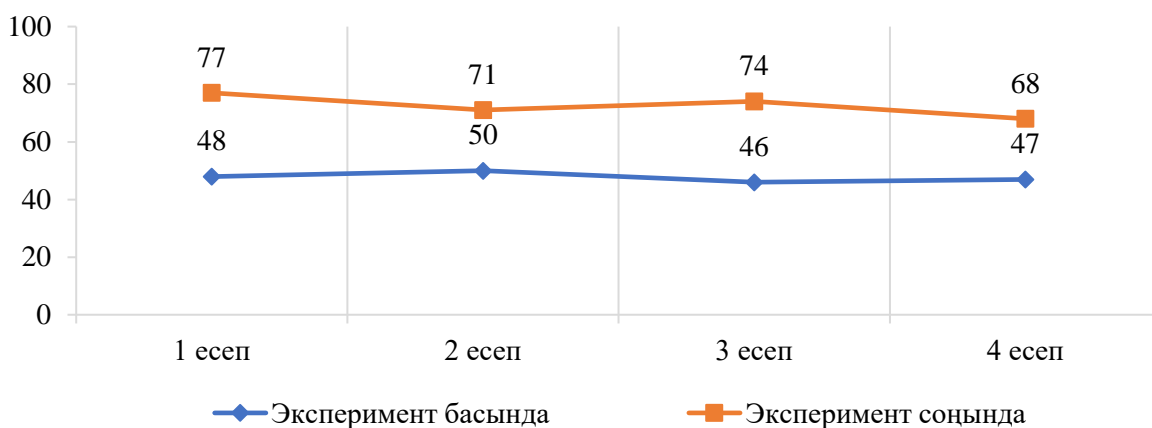


Эксперименттік жұмыс жүргізілгеннен кейін оның нәтижесін бақылау мақсатында бақылау тобы мен эксперименттік топтың соңғы нәтижелері көрсетілді (2-кесте).

2-кесте - Эксперименттің соңындағы нәтижелері

Тапсырмалар	10 «А» бақылау сыныбы		10 «Б» эксперименттік сыныбы	
	Дұрыс (%)	Дұрыс емес (%)	Дұрыс (%)	Дұрыс емес (%)
1	59	41	77	23
2	58	42	71	29
3	55	45	74	26
4	52	48	68	32
Орта мәні	56	44	72,5	27,5

Өткізілген жиынтық бағалаудың нәтижелері негізінде әр есеп бойынша эксперименттік топтың бастапқы және соңғы нәтижелерін салыстыру мақсатында диаграмма құрылды (14-сурет).



14-сурет. Жиынтық бағалау нәтижелері

Педагогикалық эксперименттің соңында оқушылардың орташа білім деңгейлері эксперименттік топта 72,5%-ды, ал бақылау тобында 56%-ды құрайтыны анықталды. Педагогикалық эксперименттің басы мен соңын салыстырғанда эксперименттік топтағы оқушылардың орта мәні 24,8%-ға, ал бақылау тобындағы оқушылардың орта мәні 6,5%-ға артты.

Сонымен, жоғары сыныптарда проекциялық сызбада түзу мен жазықтықтың қиылысу нүктесін және екі жазықтықтың қиылысу түзуін салуды оқыту бойынша ұсынылған әдістеменің педагогикалық тиімділігі эксперимент арқылы тексеріліп, нәтижелер шығарылды және ол оқушылардың кеңістіктік ойлауы мен елестетуін жоғары деңгейде көтеруге мүмкіндік берді.

### Талқылау

Геометриялық білім беруде проективтік кеңістікті және жазықтық пен кеңістікте геометриялық салуларды оқыту ерекше орын алады. Бұл оқу процесінде аналитикалық және конструктивті әдістерді біріктіруге мүмкіндік береді. Аналитикалық геометрия элементтері мектептің геометрия пәнінің оқу

бағдарламасында қамтылған. Олар – координаталар жүйесі, түзу мен жазықтықтың теңдеулері, олардың өзара орналасуы және координаталық осьтерге қатысты орналасудың дербес жағдайлары және т.б. [8].

7-9 сыныптарда конструктивтік әдістердің элементтері кесінділерді, бұрыштарды салу, оларды қақ бөлу, орта перпендикулярды, бұрыштың биссектрисасын салу, берілген элементтері бойынша үшбұрыштарды салу, белгілі бір шарттарды қанағаттандыратын нүктелер жиынын салу (НГО) және т.б. есептермен берілген [9].

Жоғары сыныптарда геометрия курсының оқу бағдарламасындағы «Түзулер мен жазықтықтардың параллельдігі» тарауында параллель проекциялау, оның қасиеттерін оқыту негізінде оқушыларды кеңістіктік фигуралардың жазықтықтағы кескіндерін және призмалар мен пирамидалардың жазықтықпен қималарын салуға үйрету дағдыларын қалыптастырған жөн. Алайда оқушыларға мұндай есептерді шешуді оқытып-үйрету мен дағдыларын қалыптастыру үшін мұғалімнің сызба геометрия және проективтік геометрия курстарынан проекциялау әдістерін (центрлік проекциялау және параллель проекциялау) және проекциялар қасиеттерін жақсы меңгеруі тиіс. Бұл әдістер геометриялық объектілердің өзара орналасуы мен тиістілігін шешуге арналған негізгі позициялық есептерді шешуде тиімді қолданылады. Сондықтан оқушыларға центрлік және параллель проекциялау арқылы кескіндерді салуға үйрету маңызды [10, 11].

Математик әдіскер-ғалымдар И.И.Александров, А.Д.Александров, В.А.Гусев, А.Е.Әбілқасымова, Ж.Ж.Шілмағамбетова, А.К.Ардабаеваның еңбектерінде оқушыларды жазықтықта және кеңістікте геометриялық салуға үйрету арқылы кеңістіктік елестетуін, кеңістіктік ойлауын дамытуға қатысты әдістемелік идеялар бар.

Орта мектепте геометриялық салуды оқыту әдістемесін жасаған әдіскерлердің бірі И.И.Александров геометриялық салу есептерінің жүйесін құрастырып, оларды шешу әдістерін анықтаған. Ол мектепте геометрияны оқыту барысында геометриялық есептерді шешу әдісі ретінде салу есептерін қолдану идеясын ұсынды [12].

Академик А.Д.Александров геометрияны оқытудың мақсаттары туралы айта келе, геометриялық фигураларды кескіндеуге, геометриялық салуларды орындауға арналған есептерді көбірек қарастырған жөн деп айтады [13].

В.А.Гусевтің геометрияны оқыту әдістемесінде «кеңістіктік ойлау – кеңістікке (көрінетін және елестетілетін) бейімделуді талап ететін есептерді шешуге қажетті және кеңістіктік фигуралардың қасиеттері мен нақты объектілердің немесе олардың графикалық кескіндері арасындағы қатынастарға сүйенетін, ойлау қызметінің ерекше түрі», – деп тұжырымдайды [14].

А.Е.Әбілқасымованың көпжақтардың қималарын салуға арналған оқу-әдістемелік құралында «фигураларды салуға берілген есептер және оларды шешу әдістері геометрияның конструктивті геометрия деп аталатын тарауын құрайды. Жазық фигуралар тәрізді кеңістіктік фигураларды да салуға болады.

Техникада, бейнелеу өнерінде, стереометрияны игеру кезінде кеңістіктік фигураларды жазықтықта кескіндеуді (сызба жазықтығы, сурет жазықтығы, сынып тақтасы, дәптер және т.б.) пайдалануға тура келеді», - деп айтады [6, 126.].

Ғылыми-әдістемелік жұмыстарды талдаулар негізінде оқушылардың геометриялық объектілердің кескіндерін салуға және оқу материалын игеруі кезінде пайдалануға арналған есептер мен жаттығуларды жасадық. Осындай жаттығулар жүйесі: 1) кескінді салуға арналған есептер мен жаттығулар; 2) кескінді пайдалануға арналған есептер мен жаттығулар болып бөлінеді. Мысал ретінде, мұндай есептерді мақаламыздың «материалдар мен негізгі әдістер» бөлімінде ұсынып отырмыз.

### **Қорытынды**

Жоғары сыныптардағы стереометрия курсында параллель проекциялау және оның қасиеттерін оқыту барысында проекциялық сызбада түзу мен жазықтықтың қиылысу нүктесін және екі жазықтықтың қиылысу түзуін салу әдістерін үйрету маңызды. Бұл дағдылардың қалыптасуы негізінде кеңістіктік фигуралардың жазықтықтағы кескіндерін және призмалар мен пирамидалардың жазықтықпен қималарын салуда бірден-бір құрал болады.

Сонымен, оқушылардың жазықтықтағы және кеңістіктегі сызбаларды «көру», «салу» біліктері мен дағдыларын қалыптастыру және геометриялық фигуралардың қасиеттерін зерттеуде қолдана білу – геометриялық білімнің маңызды элементтерінің бірі болып табылады. Көптеген математика мұғалімдерінің тәжірибелерін талдау көрсеткеніндей, оқушылардың кеңістіктік елестетуі мен ойлауын дамыту жұмыстарының барлығы кескіндер сызумен басталады. Мұғалімдердің пікірінше, оқушылар есептің шартына сәйкес тиісті кеңістіктегі фигураларды мен оларға қосымша сызбаларды сызып немесе сызбалардан фигуралардың қасиеттерін көре алмайды. Сондықтан, оқушыларды кескіндер салуға үйретімен қатар, геометриялық фигуралардың өзара орналасуын анықтау үшін олардың арасындағы қатынастарды білуі және қолдана білуі қажет демекпіз. Осы тұрғыда біз зерттеу жұмысымызда геометрия курсында параллель проекциялаудың қасиеттерін пайдаланып, проекциялық сызбада түзу мен жазықтықтың қиылысу нүктесін және екі жазықтықтың қиылысу түзуін салуды оқыту әдістемесін ұсынып отырмыз.

Жоғарыда аталған ғалымдардың еңбектерінде жалпы білім беру бағдарламасынан тыс есептер мен оларды шығаруға арналған әдістемелік нұсқаулар толық көрсетілген. Осы зерттеулердің негізінде жаратылыстану-математика бағытындағы 10-сыныптың оқу бағдарламасына сай проекциялық сызбада түзу мен жазықтықтың қиылысу нүктесін және екі жазықтықтың қиылысу түзуін салу әдістерін оқытуды ұйымдастырудың тиімділігі көрсетілді. Бұл тақырыпты толық игерген оқушы стереометрияның кез келген сызбаларын елестетуге мүмкіндік алады. Оқушыларға мұндай есептерді шығаруды үйретудің дұрыс ұйымдастырылуы оларды сәйкесінше аксиомалар,

анықтамалар мен теоремалар арқылы сызбаның қасиеттерін түсінуге мүмкіндік береді.

Қорытындылай келе, оқушылардың жазықтықтағы және кеңістіктегі фигураларды салуда көптеген оқыту әдістемелер қажет. Алдағы уақытта оқытушылар осы мақаладағы мәліметтерді пайдалана отырып, проекциялық сызда түзу мен жазықтықтың қиылысу нүктесін және екі жазықтықтың қиылысу түзуін салу әдістерін оқытуда жаңа пайдалы ақпараттар алады деп сенеміз.

Зерттеу жұмысына Қазақстан Республикасы Ғылым және жоғары білім министрлігінің Ғылым комитеті қолдау көрсетті (грант № AP19680007; жетекшісі – А.Е. Әбілқасымова).

### ӘДЕБИЕТ

[1] Әбілқасымова А.Е. Математиканы оқытудың теориясы мен әдістемесі: дидактикалық-әдістемелік негіздері. Оқу құралы. – Алматы: Мектеп, 2014. – 224 б

[2] Әбілқасымова А.Е., Тұяқов Е.А. Жалпы білім беретін мектепте математикалық есептерді шығаруды оқытудың әдістемелік негіздері. Оқу құралы. – Алматы, 2019. – 340 б.

[3] Abylkassymova A., Ardabayeva A., Shuakayev M., Tuyakov Y., Zhumaliyeva L., & Khyrkhyrbay Z. Methods of teaching geometry in the framework of the updated curriculum in mainstream education. // *Cypriot Journal of Educational Science*. - 2022. - 14(9). - P. 3568-3577.

[4] Abylkassymova A., Bazhi A., Dyussov M., Ardabayeva A., Zhadrayeva L., Tuyakov Y., Kenzhebek Kh. Mathematical Problems as a Means of Developing Students' Research Skills in the Context of School Education Content Updating. *Journal of Law and Sustainable development*. - 2023. - Vol. 11, № 4 – P. 01-20.

[5] Далингер В.А. Геометрия: планиметрические задачи на построение: учебное пособие для среднего профессионального образования. – 2-е изд. – Москва: Издательство Юрайт, 2024. – 155 с.

[6] Әбілқасымова А.Е., Бекбоев И.Б., Хохлова Л.С., Жұмағұлова З.Ә. Көпжақтардың кималарын салу. Оқу әдістемелік құрал. - Алматы: Атамұра, 2009. – 96 б.

[7] Василевский А.Б. Параллельные проекции и решение задач по стереометрии. - Мн.: Народная асвета, 1978. – 104 с.

[8] F. Aslan-Tutak, and T.L. Adams. A study of geometry content knowledge of elementary preservice teachers. // *International Electronic Journal of Elementary Education*. – 2015. - vol. 7. - no. 3. - pp. 301–318.

[9] A. E. Abylkassymova, Y. A. Tuyakov, Rymgul M. Kaparova, Marat S. Dyussov, Lyazzat Zh. Zhanseitova, Almagul K. Ardabayeva. Methodical Aspects of Pupils' Teaching to Solve Mathematical Tasks. // *International Journal of Advanced Science and Technology*. – 2020. - Vol. 29. - No 4. - pp. 2440-2452.

[10] I.M. Aulia, S. Prayitno, U. Lu luilmaknun, and N. Sridan. Analysis of students spatial ability in solving problems of flat side space subjects based on van hieles level of thinking. // *Pijar Mira*. - 2023. - vol. 18. - no. 1. - pp. 36–41,

[11] Dilara M. Nurbaeva, Alma E. Abylkassymova, Zhanara M. Nurmukhamedova and Bulbul Erzhenbek. The Role of Educational Programs in the Development of Secondary Education (on the Example of Training Mathematics Teacher). *Mind, Brain, and Education*. – 2023. – №1. – Volume 17. – pp. 1-6.

[12] Александров И.И. Методы решений геометрических задач на построение и сборник геометрических задач с полными и краткими решениями. – 2-е изд. – Тамбов: типо-лит. Д.С. Семенова, 1885. – 201 с.

[13] Александров А.Д. О геометрии // *Математика в школе*. – 1986. – №1. – С.12-19.

[14] Гусев В.А., Орлов В.В., Панчишина В.А. Методика обучения геометрии – М.: Издательский центр «Академия», 2004. – 368 с.

## REFERENCES

[1] Abylkassymova, A.E. Matematikany oqytudyň teoriasy men ädistemesi: didaktikalyq-ädistemelik negizderi. Oqu qūraly (Theory and methods of teaching mathematics. Tutorial) – Almaty: Mektep, 2014. – 224 p. [in Kaz].

[2] Abylkassymova, A.E., Tuyakov, Y.A. Jalpy bilim beretin mektepte matematikalyq esepterdi şyğarudy oqytudyň ädistemelik negizderi. Oqu qūraly (Methodological bases of teaching mathematical problems in general education school. Tutorial) – Almaty, 2019. – 340 p. [in Kaz].

[3] Abylkassymova A., Ardabayeva A., Shuakayev M., Tuyakov Y., Zhumaliyeva L., & Khyrkhyrbay Z. Methods of teaching geometry in the framework of the updated curriculum in mainstream education. // *Cypriot Journal of Educational Science*. - 2022. - 14(9). - P. 3568-3577.

[4] Abylkassymova A., Bazhi A., Dyussov M., Ardabayeva A., Zhadraveyeva L., Tuyakov Y., Kenzhebek Kh. Mathematical Problems as a Means of Developing Students' Research Skills in the Context of School Education Content Updating. *Journal of Law and Sustainable development*. - 2023. - Vol. 11, № 4 – P. 01-20.

[5] Dalinger, V.A. Geometriia: planimetricheskie zadachi na postroenie: uchebnoe posobie dlia srednego professional'nogo obrazovaniia (Geometry: planimetric construction tasks: a textbook for secondary vocational education). – Moskva: Izdatel'stvo IUrait, 2024. – 155 p. [in Rus]

[6] Abylkassymova, A.E., Bekboev, I.B., Hohlova, L.S., Jumagulova, Z.A. Köpjaqtardyň qimalaryn salu. Oqu ädistemelik qūral (Drawing sections of polygons. Educational methodical tool) - Almaty: Atamura, 2009. – 96 p. [in Kaz].

[7] Vasilevskii, A.B. Parallel'nye proektsii i reshenie zadach po stereometrii (Parallel projections and solving stereometry problems). – Mn.: Narodnaia asveta, 1978. – 104p. [in Rus].

[8] F. Aslan-Tutak, and T.L. Adams. A study of geometry content knowledge of elementary preservice teachers. // *International Electronic Journal of Elementary Education*. – 2015. - vol. 7. - no. 3. - pp. 301–318.

[9] A. E. Abylkassymova, Y. A. Tuyakov, Rymgul M. Kaparova, Marat S. Dyussov, Lyazzat Zh. Zhansaitova, Almagul K. Ardabayeva. Methodical Aspects of Pupils' Teaching to Solve Mathematical Tasks. // *International Journal of Advanced Science and Technology*. – 2020. - Vol. 29. - No 4. - pp. 2440-2452.

[10] I.M. Aulia, S. Prayitno, U. Lu luilmaknun, and N. Sridan. Analysis of students spatial ability in solving problems of flat side space subjects based on van hieles level of thinking. // *Pijar Mipa*. - 2023. - vol. 18. - no. 1. - pp. 36–41,

[11] Dilara M. Nurbaeva, Alma E. Abylkassymova, Zhanara M. Nurmukhamedova and Bulbul Erzhenbek. The Role of Educational Programs in the Development of Secondary Education (on the Example of Training Mathematics Teacher). *Mind, Brain, and Education*. – 2023. – №1. – Volume 17. – pp. 1-6.

[12] Aleksandrov, I.I. Metody reshenii geometricheskikh zadach na postroenie i sbornik geometricheskikh zadach s polnymi i kratkimi resheniiami (Methods of solving geometric problems for the construction and collection of geometric problems with complete and concise solutions). – 2-e izd. – Tambov: tipo-lit. D.S. Semenova, 1885. – 201 p. [in Rus].

[13] Aleksandrov, A.D. O geometrii (About geometry) // *Matematika v shkole*. – 1986. – no1. – P.12-19. [in Rus].

[14] Gusev, V.A., Orlov, V.V., Panchishchina, V.A. Metodika obucheniia geometrii (Methods of teaching geometry). – Moskva: Izdatel'skii tsentr «Akademiia», 2004. – 368 p. [in Rus].

# МЕТОДИКА ОБУЧЕНИЯ ПОСТРОЕНИЮ ЛИНИИ ПЕРЕСЕЧЕНИЯ ДВУХ ПЛОСКОСТЕЙ НА ПРОЕКЦИОННОМ ЧЕРТЕЖЕ

Абылкасымова А.Е.<sup>1</sup>, Туяков Е.А.<sup>2</sup>, \*Есетов Е.Н.<sup>3</sup>, Кенжебек Х.Т.<sup>4</sup>

<sup>1</sup>академик НАН РК, академик РАО, д.п.н., профессор, КазНПУ им. Абая, Алматы, Казахстан

e-mail: [aabylkassymova@mail.ru](mailto:aabylkassymova@mail.ru)

<sup>2</sup>к.п.н., доцент, КазНПУ им. Абая, Алматы, Казахстан

e-mail: [t.esen.a@mail.ru](mailto:t.esen.a@mail.ru)

<sup>\*3</sup>докторант, КазНПУ им. Абая, Алматы, Казахстан

e-mail: [elzhan\\_9311@mail.ru](mailto:elzhan_9311@mail.ru)

<sup>4</sup>докторант, КазНПУ им. Абая, Алматы, Казахстан

e-mail: [khabiba.kenzhebek@mail.ru](mailto:khabiba.kenzhebek@mail.ru)

**Аннотация.** Чтобы легче было нарисовать точку пересечения прямой и плоскости и линию пересечения двух плоскостей в школьном курсе геометрии учащимся необходимо знать множество методов построения. В статье рассмотрена эта проблема и для ее решения рассмотрены задачи и их виды в учебных программах и учебниках по геометрии общеобразовательных школ, определяются пути решения задач, проводится анализ, методы решения и работа с встречающимися ошибками, графики и сравнения для наглядного представления, изображение плоских и пространственных фигур в ходе стереометрических картинок, исследовательские работы, определяющие эффективность методов построения.

Цель настоящей работы – оптимизировать обучение способом построения точки пересечения прямой и плоскости и линию пересечения двух плоскостей в курсе геометрии старших классов, а также дать методические рекомендации по решению задач, пояснения значимости и сущности темы.

Методы исследования – изучение и теоретический анализ отечественной и зарубежной литературы по проблеме исследования, общеобразовательных школьных учебников и учебных пособий по геометрии, а также анализ и обобщение педагогической практики.

Авторами разработана методика обучения учащихся построению точки пересечения прямой и плоскости, линии пересечения двух плоскостей на проекционном чертеже, показаны конкретные задачи с решениями, предложены методические указания. С целью определения эффективности предложенной методики был проведен педагогический эксперимент в школе-гимназии №208 и школах 125 HIGH SCHOOL города Алматы. Результаты исследования показывали эффективность методики обучения построению точки пересечения прямой и плоскости, а также линии пересечения двух плоскостей в проекционном рисунке в старших классах.

**Ключевые слова:** геометрия, задача на построение, чертеж, проекция, прямая, плоскость, пространство, пересечение двух плоскостей, методы построения

## A TEACHING METHOD FOR CONSTRUCTING THE LINE OF INTERSECTION OF TWO PLANES IN A PROJECTION DRAWING

Abylkasymova A.E.<sup>1</sup>, Tuyakov Y.A.<sup>2</sup>, \*Esetov Y.N.<sup>3</sup>, Kenzhebek Kh.<sup>4</sup>

<sup>1</sup>academician of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan, Academician of the Russian Academy of Education, Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Abai KazNPU, Almaty, Kazakhstan

e-mail: [aabylkassymova@mail.ru](mailto:aabylkassymova@mail.ru)

<sup>2</sup>c.p.s., ass. professor, Abai KazNPU, Almaty, Kazakhstan

e-mail: [t.esen.a@mail.ru](mailto:t.esen.a@mail.ru)

\*<sup>3</sup>doctoral student, Abai KazNPU, Almaty, Kazakhstan

e-mail: [elzhan\\_9311@mail.ru](mailto:elzhan_9311@mail.ru)

<sup>4</sup>doctoral student, Abai KazNPU, Almaty, Kazakhstan

e-mail: [khabiba.kenzhebek@mail.ru](mailto:khabiba.kenzhebek@mail.ru)

**Abstract.** School students need to know many construction methods to make it easier to draw the point of intersection of a line and a plane and the line of intersection of two planes in a school geometry course. The article examines this problem and, to solve it, considers problems and their types in curriculums and textbooks on geometry in secondary schools, determines ways to solve problems, carries out analysis, solution methods and work with encountered errors, graphs and comparisons for visual representation, image of flat and spatial figures in the course of stereometric pictures, research work that determines the effectiveness of construction methods.

The purpose of the research work is to optimize the teaching of methods for constructing the point of intersection of a line and a plane and the line of intersection of two planes in a high school geometry course, as well as to provide methodological recommendations for solving problems, explaining the significance and essence of the topic.

Research methods - study and theoretical analysis of domestic and foreign literature on the research problem, as well as general education school textbooks and textbooks on geometry, analysis and generalization of teaching practice.

The authors have developed a methodology for teaching students to construct the point of intersection of a straight line and a plane and the line of intersection of two planes on a projection drawing, show specific problems with solutions and offer methodological instructions. In order to determine the effectiveness of the proposed methodology, a pedagogical experiment was conducted at school-gymnasium No. 208 and schools 125 HIGH SCHOOL in Almaty. The results show the effectiveness of the teaching method for constructing the point of intersection of a line and a plane and the line of intersection of two planes in a projection drawing in high school.

**Keywords:** geometry, construction problem, drawing, projection, line, plane, space, intersection of two planes, construction methods

*Статья поступила 15.04.2024*