

ӘОЖ 372.8

ҒТАМР 14.25.09

<https://doi.org/10.48371/PEDS.2026.80.1.037>

МЕКТЕП ОҚУЛЫҚТАРЫНДАҒЫ СТАТИСТИКА ЭЛЕМЕНТТЕРІНІҢ МАЗМҰНЫНА ШОЛУ ЖӘНЕ ОҚЫТУДЫҢ ӘДІСТЕМЕЛІК НҮСҚАМАЛАРЫ

Жубанышева А.Ж.¹, *Таугынбаева Г.Е.²

^{1,*2}Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті,
Астана, Қазақстан

Андатпа. Мақалада отандық орта және арнайы Назарбаев зияткерлік мектебі, Республикалық физика-математика мектебі сынды математика пәні тереңдетіліп оқытылатын мектеп оқулықтарындағы статистиканың теориялық және практикалық мазмұны, берілуреті мен көлемі қарастырылады. Статистика ғылым мен техникадағы қолданыс аясы күн сайын кеңейіп, машиналық оқыту, жасанды интеллект, биостатистика, психометрия, Data Science, киберстатистика сияқты жаңа ғылым бағыттарының туындауына негіз болумен қатар өзі де қарқынды дамып жатқан салыстырмалы түрдегі жаңа математика саласы. Ғылым мен техниканы қоса әрбір адам күнделікті өмірде қолданатын статистика элементтерін мектеп бағдарламасы аясында оқыту бәсекеге қабілетті, функционалды сауатты ұрпақ тәрбиелеудің алғышарттарының бірін құрағандықтан орта мектеп оқулықтарындағы статистика мазмұнына шолу жасау және оларды берудің тиімді әдістемелерін ұсыну білім саласы үшін өзекті болып табылады. Отандық жалпы білім беру мектептері, Назарбаев зияткерлік мектептері, Республикалық физика-математика мектептері, сонымен қатар Ресей Федерациясы, Қытай Халық Республикасы, Сингапур, Америка Құрама Штаттары елдерінің білім беру бағдарламаларына, оқулықтары мен статистика маңызы және оны оқыту әдістемелеріне арналған бірқатар мақалаларға шолу барысында аталған елдердің мектеп математикасында статистика қандай мазмұнда, қандай әдістемелік тұрғыдан берілетіндігі анықталды. Және де математикалық күтім мен дисперсия ұғымдарының статистикадағы сәйкес баламалары болатын орташа мән, таңдамалық дисперсия сынды маңызды сандық сипаттамалар мысалында статистиканы оқыту әдістемесі және әрбір ұғымды жүйелі, қабылдануының себеп-салдары түсіндіріле отырып беру қажеттігі баяндалды. Нәтижесінде мектеп қабырғасында статистиканы берудің тиімді тұстары жайлы ұсыныстар әзірленді.

Тірек сөздер: статистика элементтері, мектеп оқулықтары, білім бағдарламалары, статистика мазмұны, статистиканы оқыту әдістемелері, ықтималдықтар теориясы, таңдамалық орташа, таңдамалық дисперсия

Кіріспе

Герберт Уэллс Америка статистикалық ассоциациясына арналған жолдауында математикалық статистиканың ғылым мен техникадағы, өмірдегі маңыздылығын «*Бір күні статистикалық ойлау азаматтық үшін оқу мен жазуды білу сияқты қажет болады*» деп түйіндеген.

Математикалық статистика деректерді өңдеу, оларды ықтималдықтар теориясы ұғымдары мен олардың қасиеттері көмегімен талдау негізінде қорытынды жасау және болжау әдістерін қолдана отырып, IT, жаратылыстану салаларымен сабақтаса машиналық оқыту, жасанды интеллект, деректер ғылымы, биостатистика, экологиялық статистика сияқты жаңа заманауи бағыттардың дамуына қарқынды үлес қосумен қатар өзі де математиканың жеке саласы ретінде үзіліссіз дамуда. Аталмыш пән сапаны басқару, процесті бақылау, ақауларды болжау және өндірісті оңтайландыру мәселелерін шешуде қолданылып, статистиканың арнайы өндірістік статистика, сапа менеджменті, эконометрия, қолданбалы статистика сияқты бағыттары арқылы елдің өндіріс пен экономикасын дамытуда. Сонымен қатар, үлкен массивті мәліметтерді жинау (оның ішінде әлеуметтік ғылымдарда сауалнамамен байланысты алынатын) және өңдеу, оларды талдау негізінде қорытындылар шығару және ары қарай статистика әдістерімен зерттеу арқылы гуманитарлық, әлеуметтік ғылымдардың дамуына тікелей әсер етіп, психометрия тәрізді жаңа бағыттардың дауына себепші болуда. Математикалық статистиканың аталған маңыздылығын ескере отырып, соңғы онжылдықта орта мектептегі математика пәні бағдарламасына оның элементтері енгізіліп оқытылуда. Оқушылардың сыни ойлау қабілетін дамытуға, мәліметтерді дұрыс түсініп, шынайы өмірде қолдана білуге бағытталғандықтан және қазіргі кезде адамдар әлеуметтік сауалнамалар, инфографика, экономикалық көрсеткіштер, денсаулық сақтау статистикасы және тағы басқа деректермен жиі бетпе-бет келетіндіктен математикалық статистиканы мектепте оқыту маңызды және дұрыс қадам болып табылады. Сол себепті математикалық статистиканы мектеп қабырғасынан бастап қажетті және түсінікті деңгейде оқыту әр адамның болашақ мамандығы үшін де, күнделікті тұрмысы үшін де қажетті. Ж.У. Ахметовтың [1] мақаласында XIX-XX ғасырлардағы ықтималдықтар теориясы мен математикалық статистиканың қарқынды дамуы, оларды қолдану шекараларының кеңеюі, қазіргі қоғам үшін стохастикалық білімнің маңыздылығын түсіну ықтималдықтар теориясы мен математикалық статистиканы жалпы, орта және жоғары білім мазмұнына қосу маңыздылығы сипатталған. Ал С. Batanero, R. Álvarez-Arroyo [2] мақаласында авторлар ықтималдықты оқыту мәселесі бойынша 2018-2023 жылдар арасындағы математика, педагогика, психология, статистикалық білім беру саласындағы әдебиеттерге шолу жасап, оқырманның пәнді түсіну қиындықтары мен

сезінулері, визуализацияның шартты ойлауды дамытуға әсері, кездейсоқ құбылыстарды модельдеу, оқытушыларды дайындау сұрақтары зерттелген. Сонымен қатар, пәнді оқытудағы негізгі мәселелер, ондағы модельдеудің рөлі, мұғалімдердің білім деңгейі мен оқыту шеберлігі қарастырылып, авторлар зерттеу қажет тақырыптар есебінде ықтималдықтың тәуекелмен байланысы, оқулықтар мен оларға енген мәселелерді қарастыруды ұсынады.

Материалдар мен әдістер

Мақала мазмұнына сай зерттеулер жүргізуде орта мектеп бағдарламаларындағы Математикалық статистика пәнінің мазмұнына және кейбір ұғымдарды беру әдістемесі бойынша мектеп оқулықтарына шолу жүргізуге мүмкіндік беретін контент-анализ әдісі, ондағы ерекшеліктерді көрсетуге мүмкіндік беретін анализ және синтез әдісі қолданылды. Және де талдау нәтижесі негізінде бірқатар ұғымдарды оқыту әдістемесін ұсынатын модельдеу әдісі қолданылды.

Нәтижелер және талқылау

Мақалада еліміздің жалпы орта мектептеріндегі математика, алгебра пәндеріне арналған оқулықтардағы математикалық статистика элементтерінің тақырыптық мазмұны мен берілу көлеміне шолу жасалды.

Математикалық статистика элементтері бастауыш сыныптың өзінде-ақ кездеседі. Айталық, Ә.Б. Ақбаев және басқа да авторлардың 2019 жылғы 4-сыныпқа арналған математика оқулығының 1-бөлімінде [3] математикалық статистика элементтері ешқандай теориялық түсіндірмесіз, тақырып ретінде жекеленбей есеп немесе логикалық тапсырма, тіпті шығармашылық тапсырма түрінде алдын-ала белгілі сандық мәліметтер арқылы құрылған диаграммалар бойынша сұрақтарға жауап алу болса, 2019 жылғы 4-сыныпқа арналған математика оқулығының 3-бөлімінде [3] полигон қисығы арқылы оқушыға мәліметтер алу тапсырылады. Демек, бұнда дайын өңделген статистикалық мәліметтер негізінде білім алушы қорытындылар жасап, қажетті ақпаратты алуға машықтанады.

А. Әбілқасымова және Т. Алдамұратова бастаған авторлардың екі тобы 5-сыныпқа математика пәнінен арналған 2017 жылғы оқулықтарының 2-бөлімінде [3] «Диаграмма. Статистикалық мәліметтерді кескіндеу» атты тақырыбына жалпы жылдық 170 сағаттың 4 сағаты бөлініп, онда бағанды, сызықтық, дөңгелек және графиктік диаграммалар, кестелер қарастырылған.

А.Е. Әбілқасымова, Т.Кучер, З. Жумагулова және Т. Алдамұратова, К.Байшоланова, Е. Байшоланов екі топтың 6-сыныпқа математика пәнінен арналған 2018 жылғы [3] оқулықтарында статистика элементтеріне «Статистика. Комбинаторика» атты жеке тарау арналып, орташа мән, ең кіші мән, ең үлкен мән, ауытқу, мода, медиана және статистикадағы «басты

жиынтық» деп қалыптасқан терминді «берілгендер қатары» деп атаған ұғымдарына 170 сағаттың 6 сағаты арналған.

Ә.Н. Шыныбеков, Д.Ә. Шыныбековтің 7-сыныпқа арналған 2017 жылғы алгебра [3] оқулығында бас жиынтық және таңдама, жиіліктер мен салыстырмалы жиіліктер алқабы ұғымдары берілсе, 2017 жылғы А.Әбілқасымова, Т. Кучер, З. Жұмағұлова [3] оқулығында вариациялық қатар, абсолюттік жиілік және салыстырмалы жиілік, жиіліктер кестесі, жиілік полигоны ұғымдары анықталған, ал еліміздегі орта мектепте қолданылатын тағы бір Н.В. Егоркина бастаған 2016 жылғы Математика пәнінің [3] оқулығында вариациялық қатарлар, статистикалық кесте, абсолютті және салыстырмалы жиілік, сандық сипаттамалар (орташа мән, ауқым, мода, медиана), жиілік полигоны ұғымдары енгізілген. Бұл тақырыптар алгебра мен геометрияға бөлінген 170 сағаттың 7 сағатында оқытылады.

Ә.Н. Шыныбеков және тағы басқа да авторлардың 8-сыныпқа арналған 2018 жылғы алгебра [3] оқулығында математикалық статистиканың гистограмма, таңдама медианасы сынды кейбір элементтерін қамтитын «Кездейсоқ таңдаманың графикалық бейнесі» және орташа мән, таңдамалық дисперсия, стандарттық ауытқу ұғымдарын қамтитын «Таңдамалық дисперсия және стандартты ауытқу» тақырыптарынан тұратын «Статистика элементтері» тарауы енгізілген. Ал А.Е. Әбілқасымова бастаған авторлардың 8 сыныпқа арналған 2018 жылғы оқулығында [3] «Интервалдық кесте. Гистограмма», «Жинақталған жиілік», «Орта мән, дисперсия, стандартты ауытқу» тақырыптарын қамтитын «Статистика элементтері» тарауы қарастырылған. Дәл осы тақырыптар Г.Н.Солтан, А.Е. Солтан, А.Ж. Жумадилованың [3] оқулығында да кездеседі. Бұл тақырыптарға алгебра мен геометрияға бөлінген 170 сағаттың 10 сағаты арналған.

Ары қарай, 9 және 10 сыныптарға арналған алгебра оқулықтарында ықтималдықтар теориясы оқытылып, математикалық статистика қарастырылмайды.

А.Е. Әбілқасымова және тағы басқа авторлар тобының *жалпы білім беретін және жаратылыстану-математикалық бағыттағы мектептердің* 11 сыныбына арналған 2019 жылғы оқулықтарында [3] бас жиынтық және таңдама, дискретті және интервалдық вариациялық қатарлар, кездейсоқ шаманың сандық сипаттамаларын таңдамалар бойынша бағалау атты математикалық статистика элементтері келтірілсе, Ә.Н. Шыныбеков, Д.Ә. Шыныбеков, Р.Н. Жұмабаевтың 2020 жылғы [3] оқулығында «Математикалық статистиканың бастапқы түсініктері» тарауы басты және таңдалым жиынтықтары, дискретті және интервалдық жиілік кестелері, негізгі статистикалық орта мәндер, статистикалық диаграммалар, кездейсоқ шамалар таңдалымының сандық сипаттамалары (таңдамалық сандық сипаттамалар) тақырыптарын қамтыған. Бұл тақырыптарға алгебра мен геометрияның 204 сағатының 5 сағаты бөлінген.

Назарбаев зияткерлік мектептерінде, Республикалық физика-математика мектептерінде пән мазмұны одан да кеңейтіліп, математикалық статистиканың белгісіз параметрлерді бағалау, гипотезаларды тексеру сынды негізгі есептері де қамтылады.

Мәселен, Назарбаев зияткерлік мектептерінде білім беру бағдарламасы Cambridge IGCSE, A-Level және IB оқу жүйелерімен біріктіріліп, 11-сыныпта басты жиынтық, таңдама сынды бастапқы ұғымдардан бастап, Сипаттамалық статистикаға дейін қамтитын 14 сағаттық «Статистика элементтері» тарауы берілсе, 12-сыныпта нүктелі бағалау, интервалық бағалау, гипотезаны тексеру тәрізді негізгі есептерді қамтитын 19 сағат арналған [4].

Республикалық физика-математика мектептерінің 8-сынып бағдарламасында жиілік полигоны мен гистограммасы, орташа мән, дисперсия, стандартты ауытқу тақырыптарына 6 сағат бөлінген. Ары қарай, 9-10 сыныптарда математикалық статистика элементтері оқытылмай, 11 сыныпта мәліметті жинау және өңдеу, бағандық және дөңгелек диаграммалар, сызықты графиктер, ауытқу, вариациялық қатарды берілген шарттарға сәйкес талдау, таңдамаға сәйкес кездейсоқ шаманың сандық сипаттамаларын бағалау ұғымдары қарастырылған.

Жасалған шолу негізінде статистика элементтері алдымен 5-8 сыныптарда беріліп, ары қарай 9-10 сыныптарда ықтималдықтар теориясы оқытылып, 11 сыныпта математикалық статистиканың кейбір негізгі ұғымдарымен жалғасатынын көреміз. Әрине, ықтималдықтар теориясының үзіліссіз жалғасы болатын математикалық статистика ұғымдары ықтималдықтар теориясымен модельденуі қажет. Мәселен, алғашқы ұғым болып табылатын басты жиынтық математикалық статистикада зерттелінді үрдісті сипаттайтын кездейсоқ шамамен байланыстырылуы қажет. Және де, 6 сыныптан 11 сыныпқа дейінгі статистика тарауларының мазмұнында бірқатар ұғымдардың бірнеше рет қайталануы кездеседі. Әрине, бұл тиімді болмаса да, қазіргі мектеп курсына негізгі әдістеменің бірі болып табылатын «спираль» әдістемесіне негізделген. Дегенмен, сандық сипаттамалардың мазмұны, толық анықтамасы ашылмай, тек есептеу формулалары беріліп, сол дайын формулаларға қою арқылы есептер шығарумен шектелетін жағдайлар да кездеседі. Бір тақырып бірнеше рет кездескен күннің өзінде оқушылардың жас ерекшеліктерін ескере отырып, тақырыптарды ары қарай дамыту қажет етіледі.

Математикада кез келген анықтама дәлелдеусіз берілгенімен оның қабылдану себебі жалпы мағынада түсіндіріліп, себеп-салдары анықталады. Ал теоремалар не қатаң дәлелдеулермен беріліп, не білім алушының жас ерекшелігіне сай шындыққа жақын талқылаулармен алмастырылады. Осы үрдісті статистика элементтері үшін жалғастырып, оны да кез

келген пән тәрізді жүйелі түрде беру қажет. Әрине оқулықта кездесетін диаграммалармен жұмысқа машықтану, қажетінше сандық сипаттамаларды есептей алу білім алушылардың күнделікті тұрмыстағы қажеттіліктерінде қолданылады.

Отандық орта мектеп оқулықтарымен қатар Сингапур, АҚШ, Қытай, Ресей сынды шетелдік білім беру бағдарламалары мен оқулықтарына шолу жасау барысында статистиканың элементтері мен математикалық статистиканың негізгі есептері оқу бағдарламаларына енгізілгеніне көз жеткізілді.

Сингапур білім бағдарламаларына ([5] қараңыз) тоқталатын болсақ отандық білім бағдарламаларына енген статистика элементтерін қамтып, сонымен қатар жоғарғы сыныптарда гипотезаларды тексеру, корреляция және сызықты регрессия тақырыптары да оқыту ұйғарылған. Бағдарламалар мазмұнынан білім беру жүйесінде әр тақырыпты біртіндеп тереңдететін «спираль» әдістемесін қолданатынын көреміз. Мысалы, алдымен оқушылар әртүрлі диаграммалардың түрлерімен танысып, оларды түсінуге машықтанса, келесі сыныпта дәл сол мазмұнмен қоса сандық сипаттамаларды да береді. Және осы үрдіс белгілі бір ұғымды оқушы игергенше жалғасады. Еліміздегі оқулықтардан да осы әдістің көрінісі байқалғанымен бұл әдіс әлі де жетілдіріліп, жеткілікті деңгейде мағлұматтарды оқушылардың жас ерекшеліктерін ескеріп, ары қарай дамыту қажеттілігі байқалады.

Қытай Халық Республикасы жалпы мектептеріндегі статистика көлемі отандық бағдарламалардағы мазмұнмен шамалас ([6] қараңыз). Ал математика тереңдетілген мектептерде бұнымен қоса интервалдық бағалау, гипотезаны тексеру, регрессиялық анализ элементтері, дисперсиялық анализ (Anova) да оқытылады. Және де, оларда да білім беру жүйесі ҰБТ тәріздес Gaokao емтихандарын тапсыруға икемделіп, білім статистиканың ғылыми және қолданбалы мағынасын терең түсінуге емес, негізінен нақты алгоритмдерге сүйенген үлгілік сипаттағы есептерді шығарумен шектеледі [7]. Сонымен қатар, Liu Jiao, Zhu Yamei, Runqu Autumn, Li Lei Tian [8] мақаласында математикалық мазмұнмен қатар ұлттық нақыштағы өз мәдениетін ұлықтайтын элементтер қосу мәселесі де талқыланады. Бұл жерде математиканың өзін жоғалтып, басым назар осы мәселеге бөлінуден абай болу қажет.

Көршілес Ресей мемлекетінде 2022 жылдан бастап ([9] қараңыз) жаңа білім беру стандартына сәйкес 7-11 сыныптарда алгебра және анализ бастамалары, геометрия пәндерімен қатар ықтималдық және статистика атты пән оқытыла бастады. Пән мазмұны статистикалық мәліметтерді өңдеу, олардың кескіндемелері, таңдамалық сандық сипаттамалар, сызықты регрессия және таңдамалық корреляция коэффициенті тақырыптарымен шектелген. Оқулықтардағы тақырыптар оқушылардың жас ерекшеліктерін

ескере отырып, өз деңгейіндегі теориялық материалмен қоса толыққанды есептермен қамтамасыз етіліп, тереңдетілген сыныптарға арналған жеке есептер жинағы да дайындалған.

Техас білім беру агенттігі аймақтарды жоғары сапалы оқулықтармен тегін қамтамасыз ету мақсатында таңдама және мәліметтер базасы, дискриптивті статистика, ықтималдықтар теориясы, дискретті және үзіліссіз кездейсоқ шамалар, нормал үлестірім, орталық шектік теорема, сенімділік интервалдары, бір және екі гипотезаларды тексеру, хи-квадрат үлестірімі, сызықты регрессия және корреляция, F үлестірімі және дисперсиялық анализ (ANOVA) тақырыптарын қамтитын [10] оқулығы әзірленген. Оқулық аталған тақырыптар бойынша қысқаша теориялық шолуды, әрбір тақырып бойынша өмірмен байланыстырылған мысалдар мен есептер тізбесін қамтиды.

Отандық және шетелдік мектептердің білім бағдарламаларындағы математикалық статистика мазмұны жинақталып, 1 кестеде көрсетілген.

Кесте 1. Отандық және шетелдік мектептердің білім бағдарламаларындағы математикалық статистика мазмұны

<i>Мемлекет және зерттелінген дереккөзі</i>	<i>Математикалық статистика элементтерінің негізгі тақырыптары</i>
Қазақстан (жалпы орта мектептер)	Статистикалық мәліметтерді өңдеу: вариациялық қатар, жиілікті және салыстырмалы жиілікті статистикалық қатар, интервалдық қатар; статистикалық мәліметтерді кескіндеу: жиілік полигоны, гистограмма, әртүрлі диаграммалар; басты жиынтық, таңдама және оның сандық сипаттамалары: орташа мән, өзгеріс аумағы (ауқым, таңдама құлашы), мода, медиана, таңдамалық дисперсия (дисперсия), таңдамалық орташа квадраттық ауытқу және тек жаратылыстану-математикалық бағыттарында таңдамалық түзетілген дисперсия және нүктелі бағалау (атауы).
Қазақстан (Назарбаев зияткерлік мектептері, математикалық бағыт)	Статистикалық мәліметтерді өңдеу: вариациялық қатар, жиілікті, салыстырмалы жиілікті және жинақталған жиілікті статистикалық қатар, интервалдық қатар; статистикалық мәліметтерді кескіндеу: жиілік полигоны, гистограмма, әртүрлі диаграммалар, кумулята; басты жиынтық (бас жиын), n -өлшемді таңдама және оның сандық сипаттамалары: таңдамалық орташа мән (орташа мән), мода, медиана, өзгеріс аумағы, таңдамалық дисперсия (дисперсия), таңдамалық орташа квадраттық ауытқу (орташа квадраттық ауытқу); үлестірім параметрінің ығыспаған нүктелік бағасы, бас жиынтықтың орта мәні мен дисперсиясының ығыспаған нүктелік бағалары; белгісіз параметрдің интервалдық бағалауы: сенімділік интервалы, сенімділік деңгейінің түрлері; гипотезаларды (болжам) тексеру: нөлдік және альтернативті болжам, болжамды тексеру үшін статистикалық критерийлер, статистикалық сипаттаманың кризистік мәні, таңдамалық мәnnің критикалық жиынға түсу-түспеуі (қабылдау облысы, ауытқу облысы), маңыздылық деңгейі, тест статистикасын стандарттау, үлкен өлшемді таңдама, статистикалық болжамды тексерудің альтернативті тәсілі, көлемі үлкен таңдамалар үшін бас жиынның үлесін анықтау, болжамды тексерудегі қателер, бірінші және екінші текті қателер, нормал (қалыпты) үлестірімдер жайлы болжамдарды тексерудегі бірінші және екінші текті қателіктер.

Қазақстан (Республикалық физика- математика мектептері)	Жиілік полигоны мен гистограммасы, орташа мән, дисперсия, стандартты ауытқу, жинау және өңдеу, бағандық және дөңгелек диаграммалар, сызықты графиктер, ауытқу, вариациялық қатарды берілген шарттарға сәйкес талдау, таңдамаға сәйкес кездейсоқ шаманың сандық сипаттамаларын бағалау.
Ресей Федерациясы	Алгебра және геометриямен қатар 7-11 сыныптарындағы жеке «Ықтималдықтар теориясы және статистика» пәні: статистикалық мәліметтерді өңдеу, олардың кескіндемелері, таңдамалық сандық сипаттамалар, сызықты регрессия және таңдамалық корреляция коэффициенті.
Қытай Халық Республикасы	Статистикалық мәліметтерді өңдеу: вариациялық қатар, жиілікті және салыстырмалы жиілікті статистикалық қатар, интервалдық қатар; статистикалық мәліметтерді кескіндеу: жиілік полигоны, гистограмма, әртүрлі диаграммалар; басты жиынтық, таңдама және оның сандық сипаттамалары: орташа мән, өзгеріс аумағы, мода, медиана, таңдамалық дисперсия. Ал математикалық тереңдетілген мектептерде бұнымен қоса интервалдық бағалау, гипотезаны тексеру, регрессиялық анализ элементтері, дисперсиялық анализ (Anova) да оқытылады.
Сингапур	Статистикалық мәліметтерді өңдеу: вариациялық қатар, жиілікті және салыстырмалы жиілікті статистикалық қатар, интервалдық қатар; статистикалық мәліметтерді кескіндеу: жиілік полигоны, гистограмма, әртүрлі диаграммалар; басты жиынтық, таңдама және оның сандық сипаттамалары: орташа мән, өзгеріс аумағы, мода, медиана, таңдамалық дисперсия. Сонымен қатар, жоғарғы сыныптарда гипотезаларды тексеру, корреляция және сызықты регрессия тақырыптары да қамтылған.
АҚШ	Таңдама және мәліметтер базасы, дискриптивті статистика, ықтималдықтар теориясы, дискретті және үзіліссіз кездейсоқ шамалар, нормал үлестірім, орталық шектік теорема, сенімділік интервалдары, бір және екі гипотезаларды тексеру, хи-квадрат үлестірімі, сызықты регрессия және корреляция, F үлестірімі және дисперсиялық анализ (ANOVA).

Статистиканың маңызы мен оны оқыту әдістемесіне арналған бірқатар ғылыми мақалаларға шолу жасалды. Мәселен, Claudia Vásquez, Claudia Coronata және Hernán Rivas [11] мақаласында Чили елінде статистика мен ықтималдықты тіпті 4 және 8 жас аралығында мектепке дейінгі және бастауыш мектептерде оқыту мәселесі талданады. Атап айтқанда, авторлар Чили оқулықтарының статистика және ықтималдықпен танысуға түрткі болатын есептермен жабдықталуын зерттей отырып, ерте жастан статистика мен ықтималдық сауаттылығын дамытуға мүмкіндік беретін оқыту траекториясын құру қажет деген қорытындыға келген.

R. Schoen, Ch. Rhoads, A. Perez, T. Jacobbe, L. Li [12] мақаласында математика мұғалімдерінің статистиканы меңгеру және оны беру мәселесі талданады. Жетінші сыныптың 74 мұғаліміне статистика пәні бойынша мазмұнын үйрететін 20 күндік, оны беру әдістемесін үйрететін 4 күндік біліктілікті арттыру курсы ұйымдастырылған. Жасалған зерттеу нәтижесі бойынша мұғалімдердің білім деңгейі мен әдістемелік ұшқырлығын біліктілікті жоғарылату курстары арқылы дамыту білім алушылардың статистиканы меңгеруінде оң нәтижеге әкелетіндігіне көз жеткізген.

Әрине, бұндай мәселенің туындауы мектеп мұғалімдерін дайындау бағдарламаларына да тәуелді.

Ықтималдықтар теориясы мен математикалық статистика салыстырмалы түрде еліміздің мектеп бағдарламаларына соңғы жылдары қосылғандықтан бұндай мәселе елімізде де орын алуда. Оған себеп мектеп мұғалімдерін дайындайтын оқу орындарындағы оқу бағдарламаларына ықтималдықтар теориясы және математикалық статистика пәнінің енбеуі немесе енген күннің өзінде ұзақ жылдар бойы қолданыста болмай, ұмытылуында болып табылады.

Математикалық статистика ықтималдықтар теориясы заңдылықтарын тікелей қолданғанымен ондағы есептерге белгілі бір мағынада кері есептерді зерттейтін математика саласы болып табылады. Сол себепті, Еліміздің орта мектептерінде қолданылатын мектеп оқулықтары мен бағдарламалар мазмұнындары осы ретке икемделіп, құрастырылуы қажет. Мәселен, кездейсоқ шама мәндерінің оның орташасынан шашырауын сипаттайтын дисперсияның бағалауы 8 сыныпта дисперсия ұғымының өзінен бұрын берілген. Әрине, алдымен дисперсия ұғымы, одан кейін оның жуықтауы болатын таңдамалық дисперсия ұғымы анықталуы қажет. Жоғарыда айтып өткендей математикада әрбір жаңа ұғым, соның қатарында дисперсияда, негізсіз енгізілмей, енгізу себептері мен салдарлары айшықталып, берілуі қажет. Алдымен (қай сыныпта екендігі жас ерекшелігін ескеріп бөлек анықталатын мәселе) дисперсия ұғымының өзі келесі мазмұнда беріледі.

Анықтама. $(\Omega, \sigma F, P)$ ықтималдық кеңістігі мен онда анықталған, математикалық күтімі ақырлы болатын ξ кездейсоқ шамасы берілсін. ξ кездейсоқ шамасының математикалық күтімінен ауытқу квадратының математикалық күтімі (бар болған жағдайда) $D\xi$ кездейсоқ шамасының дисперсиясы деп аталады да, $D\xi$ түрінде белгіленеді, яғни

$$D\xi = M(\xi - M\xi)^2$$

Дисперсия математикалық күтіммен бірге кездейсоқ шаманың негізгі сандық сипаттамаларына жатады. Математикалық күтім кездейсоқ шаманың орташасын сипаттағанымен оның мәндерінің осы орташадан қаншалықты шашырайтындығын $\frac{1}{2}$ өрсетпейді. Айтылғанды мысалмен нақтылайық. Айталық бізге бірдей $\frac{1}{2}$ ықтималдықтарымен $-10^{-6}, 10^{-6}$ және $-10^6, 10^6$ мәндерін қабылдайтын екі кездейсоқ шама берілсін. Олардың сәйкес үлестірім қатарлары 2-, 3-кестелерінде берілген.

Кесте 2 – ξ кездейсоқ шамасының үлестірім қатары

ξ	-10^{-6}	10^{-6}
P_ξ	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

Кесте 3 – η кездейсоқ шамасының үлестірім қатары

η	-10^6	10^6
P_η	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

Бұл екі кездейсоқ шаманың математикалық күтімдері

$$M\xi = (-10^{-6}) \cdot \frac{1}{2} + 10^{-6} \cdot \frac{1}{2} = (-10^{-6} + 10^{-6}) \frac{1}{2} = 0$$

$$M\eta = (-10^6) \cdot \frac{1}{2} + 10^6 \cdot \frac{1}{2} = (-10^6 + 10^6) \frac{1}{2} = 0.$$

Математикалық күтім кездейсоқ шаманың барлық мәндерін сипаттайтын бір сан болғанымен, осы мәндердің өзінен қаншалықты шашырап жатқандығын көрсетпейді. Оны жоғарыдағы мысалдан да көруге болады. Математикалық күтімдері бірдей 0 санына тең болатын ξ кездейсоқ шамасының мәндері η кездейсоқ шамасының мәндеріне қарағанда 0 санына айтарлықтай жақын орналасқан. Сондықтан осы ауытқуды санмен өрнектейтін жаңа сандық сипаттама енгізу қажеттілігі туындайды. Кездейсоқ шама мәнінің орташасынан

$$\xi(\omega) - M\xi$$

түріндегі ауытқуын қарастырайық. Кездейсоқ шама қанша мән қабылдаса, сонша осындай айырымдар болады. Демек бұл айырымдарды бір санмен сипаттау үшін олардың

$$M(\xi - M\xi)$$

орташасын алу заңды. Алайда, математикалық күтім қасиеттері бойынша бұл шама

$$M(\xi - M\xi) = M\xi - M(M\xi) = M\xi - M\xi = 0$$

әрқашан нөлге тең. Сол себепті жаңа сипаттаманы басқа түрде анықтау қажеттілігі туындайды. Кездейсоқ шама мәндерінің математикалық күтімнен үлкен және кіші бөліктері сәйкес амалдар орындауда бірін-бірі жоюынан $M(\xi - M\xi)$ шамасының ылғи нөлге тең болуы шығады. Логикалық тұрғыдан айтылған олқылықты жою үшін $\xi - M\xi$ айырмасын $|\xi - M\xi|$ айырмасына алмастыру дұрыс болар еді, бірақ алынған

$$M|\xi - M\xi|$$

шамасы есептеуде қиындықтар тудыртқандықтан модуль функциясы біршама қасиеттер тұрғысынан өзіне шамалас квадраттық функциямен ауыстырылып, дисперсияның жалпы анықтамасы

$$M(\xi - M\xi)^2$$

түрінде беріледі.

Әрине, мектеп қабырғасында жоғарғы оқу орындарындағыдай кездейсоқ шаманың дискретті және үзіліссіз болуына сәйкес ақырлы

қосынды, қатар, интеграл түрінде емес, білім алушылардың жас ерекшеліктері мен алдыңғы сыныптарда алған білім деңгейлерін ескере отырып, тек ақырлы

$$D\xi = \sum_{k=1}^m (x_k - M\xi)^2 p_k$$

қосынды түрінде беріледі. Яғни нақты анықтамасы:

(Ω, F, P) ықтималдық кеңістігінде анықталған дискретті ξ кездейсоқ шамасының ($m \in \mathbb{N}$) үлестірім қатары 4-кестеде берілген.

Кесте 4 – ξ кездейсоқ шамасының үлестірім қатары

ξ	x_1	x_2	...	x_m
P_ξ	p_1	p_2	...	p_m

Онда
$$D\xi = \sum_{k=1}^m (x_k - M\xi)^2 p_k$$

саны ξ дискретті кездейсоқ шамасының дисперсиясы деп аталады. Бұл әрине ықтималдықтар теориясындағы дисперсияны беру туралы әдістемелік нұсқаулықтар.

Математикалық статистиканың бір негізгі есебі кездейсоқ шамалардың теориялық сандық сипаттамаларын жуықтаудан тұрады. Бір сандық сипаттаманың, мәселен дисперсияның әртүрлі жуықтауларын беруге болады. Кейбір мектеп оқулықтарында таңдамалық дисперсиямен бірге артынша түзетілген таңдамалық дисперсия белгілі бір нақты түсіндермелерсіз берілген. Бұл жоғарғы оқу орындарының математика, компьютерлік ғылымдар бағыттарындағы Математикалық статистика пәнінде оқытылатын жуықтаулардың ығыспағандық, орнықтылық, тиімділік тәрізді қасиеттерімен байланысты. Әрине, мектепте бұл тақырыптар оқытылмағанымен де мұғалімдер оларды өз деңгейлерінде біліп, анықтамаларға негіздеме жасай алуы қажет.

Орташа мән кең қолданысты есептеулерде (мысалы, экономикалық көрсеткіштер, білім нәтижелері, өндіріс өнімділігі) таңдаманың орташа деңгейін сипаттайтын статистикадағы маңызды ұғым. Жалпы орта мәннің әртүрлі амалдар бойынша анықталатын арифметикалық, геометриялық және гармониялық тәрізді түрлері бар. Осылардың ішінде арифметикалық орташа мектеп математикасында 6 сыныпта да, 7 сыныптың кейбір оқылықтарында да, 8 сыныпта да бір деңгейде берілген. Жалпы, кез келген ұғымды анықтағандағыдай орташа мәнді берерде де алдымен оны толық талқылап, не үшін қажет заты қайсы, аты қайсы деген тәрізді сұрақтарға толық жауап беріп алу ұсынылады. Мәселен, орташа мән ұғымы біртекті сандық деректер жиынын бір ғана санмен сипаттау қажет болған жағдайларда туындайды (мысалы, оқу жылындағы немесе аттестаттағы

орташа үлгерім бағасы, орташа табыс және т.б.). Ары қарай орташаның, оның ішінде арифметикалық орташаның

« x_1, \dots, x_n сандарынан тұратын n көлемді таңдама берілсін. Осы x_1, \dots, x_n сандарының әрқайсысын олардың қосындысы мәнін өзгертпей алмастыратын, яғни

$$x_1 + \dots + x_n = x_{\text{ор.}} + \dots + x_{\text{ор.}} = nx_{\text{ор.}}$$

теңдігін қанағаттандыратын $x_{\text{ор.}}$ саны x_1, \dots, x_n сандарының арифметикалық ортасы деп аталады» түріндегі анықтамасын берген орынды болады.

Егер көптеген оқулықтардағы « x_1, \dots, x_n сандарының барлығын қосып, жалпы санына бөлеміз» түріндегі сөйлемді анықтама ретінде қабылдасақ, онда түсіндіру жағы кейінге қалып, тіпті мүмкін емес те болар еді.

Ал жоғарыдағы анықтама негізінде көпке аян

$$x_{\text{ор.}} = \frac{x_1 + \dots + x_n}{n}$$

есептеу формуласы логикалық түрде, жүйелене отырып, нақты алынады.

Оқырманның назарына x_1, \dots, x_n сандарының «жиыны» сөзінің орнына «таңдамаға» ауыстырғандығын ескертеміз, оған себеп «жиында элемент не жатады, не жатпайды» қағидасынан әр элемент бір реттен ғана кездесуі мүмкін, ал таңдамаға бір элементті қажетінше рет енгізуге болады. Анықтамада жиын деп алған жағдайда оның әр элементі үшін «салмақ» деп аталатын кездесу ретін жеке көрсету қажет.

Орташа мән ұғымы статистика элементі ретінде ғана емес, жеке – біртекті сандық деректер жиынын бір ғана санмен сипаттаушы ретінде де алдын-ала берілуіне болады.

Таңдамалық дисперсия отандық оқулықтарда 8 және 11 сыныптарда беріледі. 8 сыныпта ықтималдықтар теориясының алдында беріліп, теориялық дисперсиямен еш байланыстырылмаса да оның мағынасы, не себепті бұндай тұрғыда есептелетіндігі, енгізілу себептері ашылу қажет. Тақырыптар мен ұғымдар оқу үрдісі барысында бірнеше рет қайталанып, әр айналым сайын олардың күрделілігі мен тереңдігі арта түсетін педагогикадағы спираль әдісі бойынша таңдамалық дисперсия 11 сыныпта қайта берілген жағдайда қолданыстағы оқулықтағыдай формуланы дәл сол деңгейде берумен шектелмей ықтималдықтар теориясынан кейін берілгендіктен теориялық дисперсиямен байланыстырылып, бұдан басқа да жөнделген таңдамалық дисперсия бар екендігін және оны енгізу себептері мен қолдану себептерін айта кеткен дұрыс. Кездейсоқ шамалардың сандық сипаттамаларының статистикада таңдамалық сипаттамаларын беруде қажет болатын нүктелі бағалау ұғымы жайлы отандық оқулықтардың бірінде тек нүктелі баға ұғымының атауы оған дейінгі де, кейінгі де ұғымдармен еш байланыссыз кездеседі. Соңғы жылдары ғана енгізілген математикалық статистика элементтерін орта мектептерде оқыту әдістемесінің маңызды тұстары жайлы ары қарай да осылай жалғастыруға болады.

Қорытынды

Отандық және шетелдік оқулықтарға шолу барысында кейбір ұғымдар жүйесіз, түсіндірмесіз орта белден қиылып, жалаң берілгендігі байқалады. Мектеп оқулықтарының мазмұны арагідік, «ТікТок» форматында құр айтып өтумен шектелмеуі керек. Қазіргі мектеп қабырғасындағы басты спираль әдістемесінің орнына қадам-қадаммен жаңа білім алып отыру арқылы математикалық жетілу деңгейіне жеткізетін жүйелі жаңа біліммен қамтамасыз етілуі қажет.

Статистиканы оқу арқылы оқушылар деректерді дұрыс талдауды, диаграммалар мен кестелерді түсінуді, жалған немесе бұрмаланған мәліметті ажыратуды үйренеді және де статистика – тек теориялық білім емес, қазіргі өмірдің қажеттілігіне бейімделген практикалық құрал да болып табылады. Сонымен қатар, статистика экономика, бизнес, медицина, инженерия, ақпараттық технологиялар, психология сынды көптеген салаларда қолданылғандықтан болашақ мамандыққа дайындықтың негізін қалайды. Осы орайда, оның мектеп математикасында оқытылуы орынды.

Мектеп бағдарламаларындағы математикалық статистиканың мазмұнына жоғарыда берілген отандық және шетелдік талдау негізінде келесідей ұсыныстар беріледі:

- статистиканың өмірдің әртүрлі салаларындағы қолданысының қарқынды дамуына, салдарынан статистика негізінде жаңа салалардың пайда болуына байланысты Ресейлік тәжірибеге сай ықтималдықтар теориясы мен математикалық статистиканы мектепте алгебра, геометриямен қатар жеке пән ретінде енгізу мәселесін қарастыру ұсынылады;

- математикалық статистика ықтималдықтар теориясына белгілі бір мағынада кері есептерді шешетіндіктен оны мектепте беруде ықтималдықтар теориясымен байланыстырып, жүйелі түрде беру ұсынылады;

- бағдарлама мазмұнына енген әрбір ұғымды негіздеп, енгізілу себептерін ашып беру қажет;

- статистиканы оқыту барысында пәнаралық байланысты нығайтып, физика, биология, химия сынды пәндерде математикалық статистика элементтерін қолдану, ал информатиканы әртүрлі бағдарламалық тілдер негізінде статистика мәселелерін шешуде қолдануды қатар үйрету ұсынылады.

Сонымен қатар, орта мектеп бағдарламасында ықтималдықтар теориясы мен математикалық статистика элементтерін оқытуда оның өзекті мәселелерін толық ашуға мүмкіндік беретін Н. Темиргалиевтің [13] оқулығы мен негізгі теория, мысалдар мен есептер тізбесі келтірілген Ғ.Е.Тауғынбаева, А.Ж. Жұбанышева [14-15] оқу құралдарын негізге алуға болады.

Қаржыландыру туралы ақпарат

Зерттеу ҚР Ғылым және жоғарғы білім министрлігінің гранттық жобаларды қаржыландыру негізіндегі АР19680525 ««Математикалық статистика» пәні бойынша бастапқы білімнен оны қолдануға дейінгі мазмұнды қамтитын білім беру моделін әзірлеу» жобасы аясында жүргізілді.

ӘДЕБИЕТ

[1] Ахметов Ж.У. Формирование и развитие вероятностно-статистического стиля мышления студентов-математиков// «Известия КазУМОиМЯ имени Абылай хана», серия «Педагогические науки». - 2022. - Том 65. - № 2. - С. 196-205.

[2] Batanero C., Álvarez-Arroyo R. Teaching and learning of probability// ZDM – Mathematics Education. -2024. -Vol. 56. -P. 5-17.

[3] Орта мектеп оқулықтары. Кіру режимі: <https://okulyk.kz/> [Қаралған күн: 25.05.2025].

[4] Назарбаев зияткерлік мектебінің ресми сайты. Кіру режимі: <https://nis.edu.kz/ru/> [Қаралған күн: 25.05.2025].

[5] Mathematics syllabus Pre-University Higher 1 Syllabus, Access mode: URL: <https://www.moe.gov.sg/-/media/files/post-secondary/syllabuses/maths/2024-pre-university-h1-mathematics.pdf> [Date of access: 25.05.2025].

[6] Khan academy. Access mode: <https://zh.khanacademy.org/math/algebra2> [Date of access: 25.05.2025].

[7] Синсинь Ван, Пироженко Л.В. Система вступительных экзаменов в высшие учебные заведения Китая: проблемы, поиски, решения//Университетский педагогический журнал. -2021 – №1 – С.62-69. - Режим доступа: [file:///C:/Users/Galia/Downloads/4309-%D0%A2%D0%B5%D0%BA%D1%81%D1%82%20%D1%81%D1%82%D0%B0%D1%82%D1%8C%D0%B8-37696-1-10-20211029%20\(1\).pdf](file:///C:/Users/Galia/Downloads/4309-%D0%A2%D0%B5%D0%BA%D1%81%D1%82%20%D1%81%D1%82%D0%B0%D1%82%D1%8C%D0%B8-37696-1-10-20211029%20(1).pdf) [Дата обращения: 25.05.2025].

[8] Jiao Liu , Yamei Zhu, Autumn Runqu , Tian Li Lei. Comparative Study of Traditional Culture in Mathematics Textbooks under International Vision - Take the Chinese and Russian Mathematics Textbooks as an Example //ASDS, 2025 – №1 – P. 6–10. - Access mode: URL: <https://doi.org/10.61369/ASDS.10244> [Date of access: 25.05.2025] (на китайском языке).

[9] О внесении изменений в федеральный государственный образовательный стандарт среднего общего образования, утвержденный приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 17 мая 2012 г. № 413: Приказ № 712 от 12 августа 2022 г. -Режим доступа: <https://www.rusasstat.ru/userfiles/docs/prikaz-732-ot-12.08.2022.pdf> [Дата обращения: 19.05.2025].

[10] Illowsky B, Dean S. Introductory Statistics, Open Access Textbooks, 2018. - Access mode: URL: <https://commons.erau.edu/oer-textbook/6> [Date of access: 25.05.2025].

[11] Vásquez C., Coronata C. Rivas H. Enseñanza de la estadística y la probabilidad de los 4 a los 8 años de edad: una aproximación desde los procesos matemáticos en libros de textochilenos» //PNA. - 2024. – Vol. 15(4). – P. 339-365. - Access mode: URL: <https://repositoriodigital.uct.cl/handle/10925/4518> (Date of access: 25.05.2025).

[12] Schoen R., Rhoads Ch., Perez A., Jacobbe T., Li L. Improving the teaching and learning of statistics //Learning and Instruction. - 2024. – Vol. 95(2). - P. 102018.

[13] Теміргалиев Н. Ақырлы нәтижелі элементар ықтималдықтар теориясы: оқулық / Теміргалиев Н. -Астана: Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, 2024. – 160 бет.

[14] Тауғынбаева Ғ.Е., Жұбанышева А.Ж. Ықтималдықтар теориясынан есептер жинағы, 2023 – Астана: “Бұлатов А.Ж.”ЖК – 214 б.

[15] Жұбанышева А.Ж., Тауғынбаева Ғ. Е. Математикалық статистикадан есептер жинағы, 2024. – Астана: «Бұлатов А.Ж.»ЖК – 108 б.

REFERENCES

[1] Akhmetov Zh.U. Formirovanie i razvitie veroyatnostno-statisticheskogo stilya myshleniya studentov-matematikov (Formation and Development of the Probabilistic and Statistical Thinking Style of Mathematics Students), «Izvestiya KazUMOiMYA imeni Abylay hana», seriya «Pedagogicheskie nauki». - 2022. - Vol. 65. - № 2. - P. 196-205. [in Rus]

[2] Batanero C., Álvarez-Arroyo R. Teaching and learning of probability, ZDM – Mathematics Education. -2024. -Vol. 56. -P. 5-17.

[3] Orta mektep oqylyqtary (School textbooks) Access mode: URL: <https://okulyk.kz/> [Date of access: 25.05.2025] [in Kaz]

[4] Nazarbaev zıatkerlik mektepteriniń resmi saıty (Website of the Nazarbayev Intellectual School), Access mode: URL: <https://nis.edu.kz/ru/> [Date of access: 25.05.2025] [in Kaz]

[5] Mathematics syllabus Pre-University Higher 1 Syllabus, Access mode: URL: <https://www.moe.gov.sg/-/media/files/post-secondary/syllabuses/maths/2024-pre-university-h1-mathematics.pdf> [Date of access: 25.05.2025].

[6] Khan academy, Access mode: URL: <https://zh.khanacademy.org/math/algebra2> [Date of access: 25.05.2025] [in Chinese]

[7] Sinsin’Van, Pirojenko L.V. Sistema vstupitel’nyx ekzamenov v vysshie uchebnye zavedeniya Kitaa: problemy, poiski, resheniya(The system of entrance exams to higher education institutions in China: problems, searches, and solutions), Universitetskii pedagogicheskii jurnaly(University Pedagogical

Journal), 2021 – 1 - P. 62–69. Access mode: URL: [file:///C:/Users/Galia/Downloads/4309-%D0%A2%D0%B5%D0%BA%D1%81%D1%82%20%D1%81%D1%82%D0%B0%D1%82%D1%8C%D0%B8-37696-1-10-20211029%20\(1\).pdf](file:///C:/Users/Galia/Downloads/4309-%D0%A2%D0%B5%D0%BA%D1%81%D1%82%20%D1%81%D1%82%D0%B0%D1%82%D1%8C%D0%B8-37696-1-10-20211029%20(1).pdf) [Date of access: 25.05.2025]

[8] Jiao Liu, Yamei Zhu, Autumn Runqu, Tian Li Lei. Comparative Study of Traditional Culture in Mathematics Textbooks under International Vision - Take the Chinese and Russian Mathematics Textbooks as an Example, ASDS, 2025. – №1. – P. 6–10. Access mode: URL: <https://doi.org/10.61369/ASDS.10244> [Date of access: 25.05.2025] [in Chinese]

[9] O vnesenii izmenenii v federal'nyi gosudarstvennyi obrazovatel'nyi standart srednego obshchego obrazovaniya, utverzhdenyi prikazom Ministerstva obrazovaniya i nauki Rossiiskoi Federacii ot 17 maia 2012 g. № 413: Prikaz № 712 ot 12 avgusta 2022 g. (On amendments to the Federal State Educational Standard for Secondary General Education, approved by Order No. 413 of the Ministry of Education and Science of the Russian Federation dated May 17, 2012: Order No. 712 dated August 12, 2022) Access mode: URL: <https://www.rusasstat.ru/userfiles/docs/prikaz-732-ot-12.08.2022.pdf> [Date of access: 25.05.2025] [in Kaz].

[10] Illowsky B, Dean S. Introductory Statistics, Open Access Textbooks, 2018. Access mode: URL: <https://commons.erau.edu/oer-textbook/6> (Date of access: 25.05.2025).

[11] Schoen R., Rhoads Ch., Perez A., Jacobbe T., Li L. Improving the teaching and learning of statistics, Learning and Instruction, 2024 – 95(2) – P.102018.

[12] Vásquez C., Coronata C. Rivas H. Enseñanza de la estadística y la probabilidad de los 4 a los 8 años de edad: una aproximación desde los procesos matemáticos en libros de texto chilenos //PNA, 2021 – 15(4) – P.339-365. Access mode: URL: <https://repositoriodigital.uct.cl/handle/10925/4518> [Date of access: 25.05.2025] [in Spain].

[13] Temirǵaliev N. *Aqyrly nátiželeri elementar yqtymaldyqtar teoriasy: oqulyq (Probability theory with a finite number of outcomes)* – Astana: L.N. Gumilyov Eurasian National University, 2024 – 160 p.

[14] Tayǵynbaeva G.É., Jýbanysheva A.J. *Yqtymaldyqtar teoriasynan esepter jinaǵy (Collection of problems on probability theory)*, Astana: “Bulatov A.Zh.”IE, 2022 – 210 p.

[15] Jýbanysheva A.J., Tayǵynbaeva G.É. *Matematikalyq statistikadan esepter jinaǵy (Collection of problems on mathematical statistics)*, “Bulatov A.Zh.”IE, 2024 – 108 p.

ОБЗОР СОДЕРЖАНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ СТАТИСТИКИ В ШКОЛЬНЫХ УЧЕБНИКАХ И МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ИХ ПРЕПОДАВАНИЮ

Жубанышева А.Ж.¹, *Таугынбаева Г.Е.²

^{1,*2}Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева,
Астана Казахстан

Аннотация. В статье проводится анализ теоретического и прикладного содержания статистики, представленного в отечественных общеобразовательных школьных учебниках, а также в учебниках Назарбаев Интеллектуальных школ и Республиканских физико-математических школ с углублённым изучением математики. Статистика — сравнительно новая область математики, развивающаяся как самостоятельно, так и в приложениях к науке и технике. Область её применения расширяется с каждым днём, становясь основой для возникновения новых направлений, таких как машинное обучение, искусственный интеллект, биостатистика, психометрия, Data Science, киберстатистика и другие. Поскольку элементы статистики, применяемые как в науке и технике, так и в повседневной жизни каждого человека, являются одним из важнейших факторов в формировании конкурентоспособного и функционально грамотного поколения, обзор содержания статистики в школьных учебниках и предложение эффективных методик её преподавания представляют собой актуальную задачу для сферы образования. В связи с этим был проведён обзор содержания статистики в учебниках средней школы, проанализированы образовательные программы, учебники, содержательный объем статистики в них и методические подходы к преподаванию статистики в общеобразовательных школах Казахстана, Назарбаев Интеллектуальных школ, Республиканской физико-математической школы, а также таких стран, как Российская Федерация, Китайская Народная Республика, Сингапур и Соединенные Штаты Америки. Также на примере таких важных количественных характеристик, как среднее значение и выборочная дисперсия, являющихся статистическими аналогами математического ожидания и дисперсии, обоснована необходимость системного и причинно-следственного объяснения каждого понятия при преподавании статистики и разработки соответствующей методики обучения. В результате были разработаны рекомендации по эффективному преподаванию статистики в школьной программе.

Ключевые слова: элементы статистики, школьные учебники, образовательные программы, содержание статистики, методика обучения статистики, теория вероятностей, выборочная средняя, выборочная дисперсия

REVIEW OF THE CONTENT OF STATISTICS ELEMENTS IN SCHOOL TEXTBOOKS AND METHODOLOGICAL GUIDELINES FOR TEACHING THEM

Zhubanysheva A.Zh.¹, *Taygynbayeva G.E.²

^{1,*2}L.N. Gumilyov Eurasian National University, Astana, Kazakhstan

Abstract. This article analyzes the theoretical and practical aspects of statistical content presented in general education school textbooks in Kazakhstan, as well as in the textbooks of Nazarbayev Intellectual Schools and the Republican Physics and Mathematics School. Statistics, as a relatively new branch of mathematics, is evolving both independently and through its applications in science and technology. Its growing significance has led to the emergence of new interdisciplinary fields such as machine learning, artificial intelligence, biostatistics, psychometrics, data science, and cyber statistics. Given that statistical concepts are widely used in both scientific domains and everyday life, and are essential for fostering a competitive and functionally literate generation, the study highlights the importance of reviewing statistical content in school curricula and developing effective teaching methodologies. The paper reviews national and international approaches (including those of Russia, China, Singapore, and the USA), examines the depth and scope of statistical topics covered, and assesses pedagogical strategies. Also, based on such important financial characteristics as the mean value and sample variance, which are statistical analogues of mathematical expectation and variance, the need for a systematic and cause-and-effect explanation of each concept when presenting statistics and developing appropriate teaching methods is substantiated. Based on the findings, recommendations are proposed for improving the teaching of statistics within school programs.

Keywords: elements of statistics, school textbooks, educational programs, content of statistics, methods of teaching statistics, probability theory, sample mean, sample variance

Мақала түсті / Статъя поступила / Received: 22.06.2025.

Жариялауға қабылданды / Принята к публикации / Accepted: 26.03.2026.

Авторлар туралы мәлімет:

Жұбанышева Ақсәуле Жанбыршықызы – PhD, доцент м.а., Механика-математика факультеті, Л.Н. Гумилев Еуразия ұлттық университеті, zhubanysheva_azh@enu.kz, ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-0713-1719>

Таугынбаева Ғалия Ерболқызы – PhD, доцент м.а., Механика-математика факультеті, Л.Н. Гумилев Еуразия ұлттық университеті, taugynbayeva_gye@enu.kz, ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6880-2534>

Информация об авторах:

Жубанышева Аксауле Жанбыршиевна – PhD, и.о. доцента, Механико-математический факультет, Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева, zhubanysheva_azh@enu.kz, ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-0713-1719>

Таугынбаева Галия – PhD, и.о. доцента, Механико-математический факультет, Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева, taugynbayeva_gye@enu.kz, ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6880-2534>

Information about authors:

Zhubanysheva Aksaule Zhanbyrshievna – PhD, Acting Docent, Faculty mechanics and mathematics, L.N. Gumilyov Eurasian National University, zhubanysheva_azh@enu.kz, ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-0713-1719>

Taugynbayeva Galiya Erbolovna – PhD, Acting Docent, Faculty mechanics and mathematics, L.N. Gumilyov Eurasian National University, taugynbayeva_gye@enu.kz, ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6880-2534>